

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

ESCUELA DE POSGRADO

FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

UNIDAD DE POSGRADO

**CONSTRUCCIÓN DE TABLAS DINÁMICAS DE
MORTALIDAD MEDIANTE EL MÉTODO DE LEE
CARTER Y SU APLICACIÓN EN EL ANÁLISIS
ACTUARIAL**

TESIS

**PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE
MAGISTER EN ESTADÍSTICA MATEMÁTICA**

AUTOR

LUIS FELIPE MONTESINOS RUIZ

Lima – Perú

2014

“CONSTRUCCIÓN DE TABLAS DINÁMICAS DE MORTALIDAD MEDIANTE EL MÉTODO DE LEE CARTER Y UNA APLICACIÓN EN EL ANÁLISIS ACTUARIAL”

Autor: LUIS FELIPE MONTESINOS RUIZ

Tesis presentada a consideración del jurado examinador nombrado por la unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos como parte de los requisitos para obtener el grado académico de **Magister en Estadística Matemática**.

Aprobado por:

Mg. Emma Norma Cambillo Moyano
Miembro

Dra. Rosa Inga Santivañez
Presidenta

Mg. Antonio Bravo Quiroz
Miembro

Mg. Olga Lidia Solano Dávila
Miembro

Mg. Ysela Dominga Agüero Palacios
Miembro Asesor

Índice

Introducción	1
Capítulo 1: Tablas de mortalidad: Funciones Biométricas y una aplicación en el análisis actuarial	3
1.1 Biometría	4
1.1.1 Variable Biométrica: Edad de fallecimiento	4
1.1.2 Variable Biométrica: Vida residual a la edad x	5
1.1.3 Función de supervivencia	5
1.1.4 Probabilidad temporal de fallecimiento para una persona de edad x	5
1.1.5 Probabilidad temporal de supervivencia para una persona de edad x	6
1.1.6 Tanto instantáneo de fallecimiento	6
1.1.7 Cohorte	6
1.1.8 Defunciones	7
1.1.9 Función censal de supervivencia	7
1.1.10 Tanto central de mortalidad	7
1.1.11 Esperanza de vida o valor esperado de la vida residual	8
1.2 Tablas de mortalidad	9
1.2.1 Antecedentes históricos	9

1.2.2 Estructura de una tabla de mortalidad y su relación con las funciones biométricas	10
1.2.3 Características de las tablas de mortalidad	10
1.2.4 Clasificación de las tablas de mortalidad	11
1.2.5 Importancia de las tablas de mortalidad	12
1.3 Aplicaciones en el análisis actuarial	13
1.3.1 Rentas actuariales	13
1.3.2 Los seguros de personas	16
Capítulo 2: Tablas de mortalidad dinámicas	19
2.1 Tablas de mortalidad dinámicas	19
2.2 El método de Lee Carter	20
2.3 El modelo y su ajuste	20
2.4 Ventajas y desventajas del método	26
2.5 Extensiones del método	26
Capítulo 3: Aplicación	28
3.1 Resultados obtenidos para el género masculino	30
3.2 Resultados obtenidos para el género femenino	44
3.3 Esperanza de vida al nacer	58
3.4 Aplicaciones actuariales	60
Conclusiones	64
Recomendaciones	64

Referencias Bibliográficas	65
Anexo A	67
Anexo B	70
Anexo C	73
Anexo D	81
Anexo D	89

Lista de Tablas

Tabla 3.1.1 Patrón de mortalidad promedio a la edad x obtenido para el género masculino - a_x	30
Tabla 3.1.2 Variación de la mortalidad a la edad x obtenido para el género masculino - b_x	32
Tabla 3.1.3 Patrón de la mortalidad a lo largo del tiempo t obtenido para el género masculino - k_t	34
Tabla 3.1.4 Proceso de estandarización del parámetro b_x y una primera aproximación del parámetro k_t obtenido para el género masculino	36
Tabla 3.1.5 Valores singulares obtenidos para el género masculino	37
Tabla 3.1.6: Valores ajustados de los k_t obtenidos para el género masculino	39
Tabla 3.1.7: Proyecciones del patrón de mortalidad (k_t) obtenidos para el género masculino	42
Tabla 3.2.1 Patrón de mortalidad promedio a la edad x obtenido para	

el género femenino - a_x	44
Tabla 3.2.2 Variación de la mortalidad a la edad x obtenido para el género femenino - b_x	46
Tabla 3.2.3 Patrón de la mortalidad a lo largo del tiempo t obtenido para el género femenino - k_t	48
Tabla 3.2.4 Proceso de estandarización del parámetro b_x y una primera aproximación del parámetro k_t obtenido para el género masculino	50
Tabla 3.2.5: Valores singulares obtenidos para el género femenino	51
Tabla 3.2.6: Valores ajustados de los k_t obtenidos para el género femenino	53
Tabla 3.2.7: Proyecciones del patrón de mortalidad (k_t) obtenidos para el género femenino	56
Tabla 3.3.1: Proyecciones de la esperanza de vida al nacer	58
Tabla 3.4.1: Tabla actuarial para el año 2013	61

Lista de Figuras

Figura 3.1.1 Patrón de mortalidad promedio a la edad x	31
Figura 3.1.2 Variación de la mortalidad a la edad x	33
Figura 3.1.3 Patrón de mortalidad a lo largo del tiempo t	35
Figura 3.1.4 Función de autocorrelación simple para k_t	40
Figura 3.1.5 Valores de k_t con una diferencia finita. Período 1970-2009.	41

Figura 3.1.6 Proyecciones de los k_t utilizando paseo aleatorio con deriva	43
Figura 3.2.1 Patrón de mortalidad promedio a la edad x	45
Figura 3.2.2 Variación de la mortalidad a la edad x	47
Figura 3.2.3 Patrón de mortalidad a lo largo del tiempo t	49
Figura 3.2.4 Función de autocorrelación simple para k_t	54
Figura 3.2.5: Valores de k_t con una diferencia finita. Período 1970-2009.	55
Figura 3.2.6 Proyecciones de los k_t utilizando paseo aleatorio con deriva	57
Figura 3.3.1: Esperanza de vida para ambos géneros	59
Figura 3.3.2: Patrón promedio de mortalidad para ambos géneros	59

CONSTRUCCIÓN DE TABLAS DINÁMICAS DE MORTALIDAD MEDIANTE EL MÉTODO DE LEE CARTER Y UNA APLICACIÓN EN EL ANÁLISIS ACTUARIAL

Resumen

El objetivo central de esta tesis es presentar el método de Lee Carter para la construcción de tablas dinámicas de mortalidad.

Si bien es cierto que estas tablas se pueden utilizar en cualquier campo cuyo interés sea estudiar la evolución de la mortalidad en una población, en este trabajo, el desarrollo está orientado al campo actuarial. Por esta razón, en todos los capítulos, siempre que sea posible, se hace mención a conceptos actuariales.

Esta tesis está organizada de la siguiente manera, en el primer capítulo se definen las funciones biométricas, las tablas de mortalidad y se realizan describen algunas aplicaciones en el sector actuarial, utilizando la notación correspondiente. Luego, en el segundo capítulo se definen las tablas dinámicas de mortalidad y se describe el método de Lee Carter. Finalmente, en el tercer capítulo, se construyen tablas de mortalidad dinámicas mediante el método de Lee Carter, se calcula la esperanza de vida al nacer y se presentan algunas aplicaciones en el análisis actuarial. Cabe indicar que, para la construcción de las tablas de mortalidad dinámicas mediante el método de Lee Carter se utiliza el paquete demography del lenguaje R.

Palabras Claves: Método de Lee Carter, Tablas Dinámicas de Mortalidad, Análisis Actuarial, Funciones Biométricas, Esperanza de Vida.

CONSTRUCTION OF DYNAMIC MORTALITY TABLES BY LEE CARTER METHOD AND AN APPLICATION IN ACTUARIAL ANALYSIS

Abstract

The objective of this thesis is to present the method of Lee Carter for building dynamic mortality tables.

While it is true that these tables can be used in any field whose interest is to study the evolution of mortality in a population, in this paper, the development is oriented to actuarial analysis. For this reason, in each chapter, whenever possible, to mention actuarial concepts.

This thesis is organized as follows, in the first chapter defines the biometric functions, mortality tables and describes some applications that are made in the actuarial calculations, using appropriate notation. Then, in the second chapter defines the dynamics mortality tables and describes the Lee Carter method. Finally, in the third chapter, dynamic life tables are constructed by Lee Carter method, life expectancy at birth is estimated and some applications in actuarial analysis are presented. It is noted that, for the construction of dynamic life tables using the Lee Carter method, demography package of the language R is used.

Keywords: Lee Carter Method, Dynamic Mortality Tables, Actuarial Analysis, Biometric Functions, Life Expectancy.

INTRODUCCIÓN

El profesional de los seguros de vida (actuario) está preparado para determinar, entre otras cosas, las primas que deben de pagar las personas que contratan un seguro de vida a las aseguradoras de tal manera que estas puedan cubrir las cantidades estipuladas en el contrato en caso del fallecimiento del asegurado. Por lo tanto, la predicción de las probabilidades de fallecimiento para diferentes edades es el problema principal que tienen que resolver estos profesionales.

Para el cálculo de estas probabilidades, los actuarios hacen uso de las tablas de mortalidad, instrumentos muy utilizados en el campo de la demografía, que presentan un resumen de los registros de vida de un grupo suficientemente grande de individuos.

Existen diferentes metodologías para la construcción de estas tablas que son útiles para periodos cortos de tiempo, por lo que, uno de los problemas que enfrentan los investigadores es la construcción de tablas de mortalidad que se puedan utilizar para periodos largos de tiempo y que sean útiles para realizar cálculos actuariales.

Para la construcción de estas tablas, además de considerar el tiempo biológico de una persona (edad), se considera el tiempo cronológico (físico o calendario); ya que, conforme pasan los años, las condiciones de vida mejoran y se incrementa la esperanza de vida de la población. Debido a esto, las tablas clásicas de mortalidad (estáticas) tienden a subestimar la esperanza de vida y no son útiles para periodos largos de tiempo.

Ante esta situación surgen las tablas dinámicas que consideran tanto el tiempo biológico como el tiempo cronológico para su construcción.

La necesidad de medir adecuadamente los cambios de la mortalidad a través del tiempo para predecir, entre otras funciones biométricas, las probabilidades de fallecimiento de las personas, de tal manera que se puedan realizar cálculos actuariales que permitan mantener un equilibrio económico y social, hace necesario proponer y desarrollar métodos de estimación adecuados.

El hecho de que sea posible obtener tablas de mortalidad a corto y largo plazo que nos permitan cuantificar el crecimiento de las esperanzas de vida con el transcurso del tiempo, nos permite, entre otras cosas, determinar las primas que deben pagar las personas al contratar un seguro de vida y elaborar legislaciones sobre las edades de jubilación de la población económicamente activa. Estas tablas también son útiles en el campo de la demografía para calcular proyecciones de la población.

En esta tesis se describirá el método de Lee - Carter para la construcción de tablas de dinámicas de mortalidad y luego, se realizará una aplicación en el análisis actuarial.

Cabe mencionar que el procesamiento de los datos se hará utilizando el paquete Demography del lenguaje R.

Esta tesis se divide en tres capítulos: en el primero, se definen las funciones biométricas que forman parte de una tabla de mortalidad, se resaltan sus características más importantes y se muestran algunas clasificaciones de acuerdo a ciertos criterios establecidos, se resalta la importancia de las tablas de mortalidad en las diferentes áreas y se muestran algunas aplicaciones en el sector actuarial. En el segundo capítulo, se definen las tablas dinámicas y se describe el método de Lee Carter, el cual ha sido uno de los más utilizados en los últimos años para la construcción de estas tablas y que es el tema central en este trabajo. En el tercer capítulo, se presenta una aplicación del método de Lee – Carter para la construcción de una tabla de mortalidad y se presentan algunas aplicaciones en el análisis actuarial.

Finalmente, se presentan las conclusiones, recomendaciones y los anexos.

CAPÍTULO I

TABLAS DE MORTALIDAD: FUNCIONES BIOMETRICAS Y UNA APLICACIÓN EN EL ANÁLISIS ACTUARIAL

En este capítulo se definen las funciones biométricas que forman parte de una tabla de mortalidad. Antes de definir estas funciones, se definen las variables edad de fallecimiento y vida residual de una persona, esta última es útil para el cálculo de la esperanza de vida de la población. A partir de la variable edad de fallecimiento se obtiene la función de supervivencia que se define como la probabilidad que tiene una persona de sobrevivir a una determinada edad. También, se calculan las probabilidades de fallecimiento y supervivencia de una persona. Luego, a partir de la probabilidad de fallecimiento se calcula el tanto instantáneo de fallecimiento que se define como el límite de la probabilidad de fallecimiento a una determinada edad. A continuación se define la función cohorte que representa el número de supervivientes a una determinada edad, luego en base a esta función y las probabilidades de fallecimiento y supervivencia se obtienen los tantos centrales de mortalidad y de supervivencia. Finalmente, se definen otras funciones tales como, la función censal de supervivencia, el tanto central de mortalidad y la esperanza de la vida residual.

Dos referencias bibliográficas muy importantes para el desarrollo de este capítulo son el libro “Estadística Actuarial Vida” de M. Ayuso y otros (2006) y Elementos de Matemática Actuarial sobre Previsión Social y Seguros de Vida de Mateos- Aparicio Morales Gregoria y otros (2010).

Con respecto a las tablas de mortalidad propiamente dichas, se presentan algunas definiciones, se hace una reseña histórica de las primeras tablas que aparecieron y se presenta su estructura y como se relaciona con las funciones biométricas.

Además, se resaltan sus características más importantes y se muestran algunas clasificaciones de acuerdo a ciertos criterios establecidos en Mortalidad: Conceptos Básicos y Técnicas de Medición del INEI en el año 1993 o en Elementos de Matemática Actuarial sobre Previsión Social y Seguros de Vida de Mateos- Aparicio Morales Gregoria y otros (2010).

El capítulo finaliza resaltando la importancia de las tablas de mortalidad en las diferentes áreas en que son utilizadas y se muestran algunas aplicaciones de las tablas de mortalidad en el sector actuarial, tanto en el cálculo de rentas actuariales como en los seguros de personas.

Cabe señalar que para el cálculo de las rentas y los seguros se utilizan los operadores de conmutación¹, los cuales se encuentran en las tablas actuariales y son utilizados para realizar cálculos actuariales.

1.1 Biometría

El término biometría proviene de los vocablos griegos bios y metría que significan vida y medida respectivamente; es decir, la traducción sería medida de la vida.

La biometría humana es la parte de la estadística actuarial que se ocupa, fundamentalmente, del estudio de la supervivencia humana y de otros conceptos relacionados con la misma, agrupados en lo que se denominan **tablas de mortalidad o tablas de vida** (Ayuso et al, 2006).

Para obtener las funciones biométricas se define la variable aleatoria *Edad de fallecimiento de un individuo* (X), que representa el tiempo biológico que transcurre desde que nace hasta su fallecimiento. A continuación se define formalmente la variable aleatoria:

1.1.1 Variable Biométrica: Edad de fallecimiento

Sea X , una variable aleatoria continua que representa la edad de fallecimiento de una persona, la cual puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo continuo, que puede expresarse como $[0, +\infty>$ o como $[0, w>$, donde w recibe el nombre de infinito actuarial.

La función de distribución, $F_x(x)$, de la variable aleatoria se define como:

$$F_x(x) = P(X \leq x), \quad (1.1)$$

es decir, $F_x(x)$ representa la probabilidad de que la edad de fallecimiento de una persona sea menor o igual que un número fijado x .

Propiedades de $F_x(x)$

1. $F(0) = 0$ (Probabilidad de fallecer al nacer)
2. $F(+\infty) = F(w) = 1$ (Probabilidad de fallecer en el infinito actuarial)
3. F es una función no decreciente (Con el transcurso de los años, la probabilidad de fallecer se incrementa)
4. F es una función continua por la derecha (Si la función tiene un salto, este será por el lado izquierdo)

En general, al realizar censos o encuestas las edades se registran en números enteros (años cumplidos); por lo que, los cálculos para valores no enteros (edades exactas) son dadas de manera aproximada.

Además, teniendo en cuenta la importancia del tiempo que le resta por vivir a una persona que ha alcanzado la edad x , se define otra variable aleatoria, a partir de la anterior, denominada vida residual a la edad x , la cual se denota con $T(x)$.

1.1.2 Variable Biométrica: Vida residual a la edad x , $T(x)$

¹ Un operador de conmutación es una función matemática que combina alguno de los elementos de la tabla de mortalidad con factores financieros.

Esta variable representa el número de años que le quedan por vivir a una persona que ha alcanzado la edad x .

Si X representa la edad de fallecimiento de una persona, entonces para una persona de edad x , se define como:

$$T(x) = X - x; \quad X > x \quad (1.2)$$

de esta manera $T(x)$, es una variable aleatoria que toma valores en el intervalo $[0, w - x]$ o $[0, +\infty)$.

1.1.3 Función de supervivencia, $S(x)$

La función de supervivencia, $S(x)$, se define como la probabilidad que tiene una persona de sobrevivir a la edad x .

Si X representa la edad de fallecimiento de una persona, entonces para una persona de edad x , se define:

$$S(x) = P(X > x).$$

Además,

$$\begin{aligned} S(x) &= P(X > x) \\ &= 1 - P(X \leq x) \end{aligned}$$

de (1.1), se tiene:

$$S(x) = 1 - F(x) \quad (1.3)$$

Propiedades

1. $S(0) = 1$ (Probabilidad de sobrevivir al nacer).
2. $S(+\infty) = S(w) = 0$ (Probabilidad de sobrevivir al infinito actuarial).
3. S es una función no creciente (Con el transcurso de los años, la probabilidad de sobrevivir a una edad es cada vez menor).
4. S es una función continua por la derecha (Si la función tiene un salto en algún punto, la continuidad por la derecha no se pierde).

1.1.4 Probabilidad temporal de fallecimiento (${}_nq_x$) para una persona de edad x

Para una persona que ha superado la edad x , ${}_nq_x$ es la probabilidad de fallecer entre las edades x y $x+n$ inclusive. Por lo tanto, esta probabilidad está condicionada por el evento que se define como "la persona supera la edad x ".

Para calcular la probabilidad se definen los eventos:

A = Persona supera la edad x .

B = Persona no supera la edad $x+n$.

Esta probabilidad se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} {}_nq_x &= P(B / A) \\ &= P(X \leq x + n / X > x) \\ &= P(x < X \leq x + n / X > x) \\ &= \frac{P(x < X \leq x + n)}{P(X > x)} \end{aligned}$$

de (1.1), se tiene:

$${}_nq_x = \frac{F(x+n) - F(x)}{1 - F(x)} \quad (1.4)$$

1.1.5 Probabilidad temporal de supervivencia (${}_np_x$) para una persona de edad x

Es el complemento de la probabilidad temporal de fallecimiento. Es decir, es la probabilidad de que una persona que ha superado a la edad x sobreviva a la edad $x+n$.

Teniendo en cuenta los eventos definidos anteriormente, la probabilidad se puede calcular de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} {}_np_x &= P(B^c / A) \\ &= 1 - P(B / A) \end{aligned}$$

luego

$${}_np_x = 1 - {}_nq_x$$

de (1.4), se tiene:

$${}_np_x = \frac{1 - F(x+n)}{1 - F(x)}.$$

Para calcular probabilidades anuales, se reemplaza n por la unidad y se obtiene:

$${}_1p_x = 1 - {}_1q_x,$$

en la práctica, esto equivale a:

$$p_x = 1 - q_x. \quad (1.5)$$

Como se puede observar, para calcular probabilidades anuales se puede omitir el subíndice de la izquierda de la expresión.

1.1.6 Tanto instantáneo de fallecimiento, $\mu(x)$

El tanto instantáneo de fallecimiento es el límite de la probabilidad de que un individuo de x años fallezca antes de cumplir la edad $(x + \Delta t)$, donde Δt tiende a cero. Por lo que,

$$\mu(x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{{}_\Delta q_x}{\Delta t}.$$

El tanto instantáneo de fallecimiento mide la fuerza de la mortalidad a la edad x para individuos que alcanzan esta edad; es decir, es la probabilidad de fallecer al momento de cumplir x años.

1.1.7 Cohorte, $\ell(x)$

Para un grupo bien definido (personas nacidas en un mismo período de tiempo), una cohorte, $\ell(x)$, es una función que denota el número de supervivientes a la edad x , desde la formación del grupo hasta su extinción.

Matemáticamente,

$$\ell(x):[0, w] \rightarrow R$$

donde:

$\ell(0)$ = Tamaño inicial de la cohorte

$\ell(w)$ = Tamaño final de la cohorte (igual a cero)

1.1.8 Defunciones, ${}_n d_x$

El número de personas que fallecen entre los x y $x + n$ años, se define como la diferencia entre el número de personas vivas a la edad x y las personas vivas a la edad $x + n$; es decir:

$${}_n d_x = \ell(x) - \ell(x + n) \quad (1.6)$$

1.1.9 Función Censal de Supervivencia $L(x)$

Suponga que es de interés obtener el tiempo total vivido por la cohorte entre dos años sucesivos, x y $x+1$ inclusive, para las personas que han alcanzado la edad x . A partir de esto, se distinguen dos grupos claramente definidos, el primero está formado por los individuos que sobreviven a la edad x ; es decir, aquellos que alcanzan los $x+1$ años y el segundo por aquellos que no alcanzan los $x+1$ años.

De esta manera, la suma de los años vividos por todos los individuos que alcanzan la edad $(x+1)$ es igual a $\ell(x+1)$; ya que, cada uno sobrevive un año. Por otro lado, la suma de los años vividos por todas los individuos que no alcanzaron la edad $(x+1)$ es igual a la suma de las fracciones de un año que vive cada uno.

Para determinar la suma de los años vividos por todas aquellas personas que no alcanzan la edad $x+1$ años, se trabaja con la variable vida residual a la edad x condicionada para un tiempo de vida menor que uno. Luego de realizar los cálculos respectivos, se obtiene el número total de años vividos por la cohorte entre las edades x y $x+1$ años inclusive para las personas que han alcanzado la edad x ("número de personas que sobreviven a la edad x "). La función censal de supervivencia está dada por:

$$L(x) = \int_0^1 \ell(x+t) dt.$$

1.1.10 Tanto Central de Mortalidad, m_x

La definición de tanto central de mortalidad se justifica porque su cálculo se hace en base al tamaño de la población a mitad de año, $L(x)$, y no con el tamaño de la cohorte al empezar el año, $\ell(x)$.

Para su cálculo se utiliza la siguiente fórmula:

$$m_x = \frac{d_x}{L_x}.$$

Observación:

Bajo el supuesto de la distribución uniforme de los fallecimientos dentro de cada año, se cumple:

$$L_x = \ell(x) - \frac{d_x}{2}.$$

1.1.11 Esperanza de vida, \bar{e}_x

La esperanza de vida para una persona de edad x se define como el tiempo esperado de la vida residual a esta edad, es decir:

$$\bar{e}_x = E(T(x)).$$

Esta puede ser calculada de la siguiente manera:

$$\bar{e}_x = \frac{\int_0^{w-x} \ell(x+t) dt}{\ell(x)}.$$

Luego, si se multiplica el tamaño de la cohorte a la edad x , $\ell(x)$, por el valor esperado, \bar{e}_x , se obtiene el número de años vividos por la cohorte a partir de la edad x . Por lo que, el numerador del segundo miembro de la ecuación es conocido como cantidad de existencia y se denota como, T_x . Luego, el valor esperado de la vida residual se calcula como:

$$\bar{e}_x = \frac{T_x}{\ell(x)}.$$

1.2 Tablas de mortalidad

Una tabla de mortalidad, también conocida como tabla de vida, es un instrumento que permite, entre otras cosas, medir la mortalidad en una población para el conjunto de edades que se considere y fue creada para estudiar el comportamiento de la mortalidad de las poblaciones humanas.

A continuación, se presentan algunas definiciones para las tablas de mortalidad:

La tabla de mortalidad, también llamada tabla de vida, es un instrumento o esquema teórico que permite medir las probabilidades de vida y de muerte de una población, en función de la edad (Instituto Nacional de Estadística - INEI, 1993).

Una tabla de mortalidad es una abstracción matemática que representa un modelo de comportamiento de la evolución y constante decrecimiento de un colectivo, construida a partir de las observaciones de un colectivo real (Ana María Debon Aucejo, 2003).

1.2.1 Antecedentes históricos

La primera tabla de mortalidad fue publicada en el año 1662 por el comerciante inglés John Graunt, considerado el primer demógrafo en la historia, en su libro “Natural and Political Observations made upon the Bills of Mortality” cuya traducción al español es “Observaciones naturales y políticas hechas a partir de los registros de mortalidad”.

El interés por estudiar la cantidad de defunciones que ocurrían a causa de las epidemias es lo que lleva a Graunt a realizar este trabajo. Para esto, utilizó los datos de los nacimientos y las defunciones que eran registrados en las parroquias de la ciudad de Londres. A partir de esa información, estimó la población y las tasas de defunciones por edad en esta ciudad; por lo que, el trabajo de Graunt es considerado como el primero en esta dirección.

Sheldon M. Ross, en el año 2005, muestra la tabla de mortalidad de Graunt distribuida por edades. Esta es mostrada a continuación:

Tabla 1: Tabla de mortalidad de Graunt distribuida por edades

Edad de muerte	Muertes por cada 100 nacimientos
00 – 06	36
06 – 16	24
16 – 26	15
26 – 36	9
36 – 46	6
46 – 56	4
56 – 66	3
66 – 76	2
≥ 76	1

Fuente: Sheldon M. Ross. Introducción a la estadística, pág. 9.

De Vicente Merino Ana, Hernández March Julio, Albarrán Lozano Irene, Ramírez Pérez Cruz (2002) mencionan que Graunt tenía el registro del número de defunciones y las causas de las muertes, pero no las edades de fallecimiento. Por lo que, se presume que las tuvo que estimar.

Más adelante, en 1693 el científico inglés Edmund Halley, conocedor del trabajo de Graunt, construyó las primeras tablas de mortalidad de la ciudad alemana de Breslau, en base al número de nacimientos y defunciones por edad y sexo para el periodo de 1687 hasta 1691 a partir de los registros parroquiales de esta ciudad. Este es uno de los primeros trabajos en que se relaciona la mortalidad con la edad de una persona.

Sheldom M. Ross (2005) menciona que Halley utilizó las tablas de mortalidad para calcular la probabilidad que tiene una persona de cualquier edad de sobrepasar otra edad distinta y que además, influyó en las aseguradoras del momento para que los seguros dependan de la edad del asegurado.

1.2.2 Estructura de una tabla de mortalidad y su relación con las funciones biométricas

La tabla de mortalidad presenta un resumen de las funciones biométricas descritas en la sección anterior y presenta la siguiente estructura:

x	l_x	d_x	q_x	p_x	e_x	L_x	m_x
-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

donde:

x = Edad de un individuo ($0 \leq x \leq w$, donde w = infinito actuarial).

l_x = Función cohorte que representa al número de individuos que sobreviven a la edad x .

d_x = Número de defunciones anuales que representa al número de individuos que sobreviven a la edad x y fallecen antes de cumplir la edad $x+1$.

q_x = Tanto anual de fallecimiento a la edad x .

p_x = Tanto anual de supervivencia a la edad x .

e_x = Esperanza de vida de un individuo a la edad x .

L_x = Función censal de supervivencia y representa el número total de años vividos por la cohorte entre las edades x y $x+1$ años inclusive, dado que alcanzaron la edad x .

m_x = Tanto central de mortalidad.

1.2.3 Características de las tablas de mortalidad

Entre las principales características de una tabla de mortalidad destacan las siguientes (INEI, 2000):

- 1) Permite describir el comportamiento de la mortalidad por edades.
- 2) Permite obtener probabilidades de muerte y supervivencia y otras medidas características de la mortalidad.
- 3) Permite calcular la esperanza de vida al nacer, que es el mejor indicador del nivel general de la mortalidad de una población. Además, permite obtener la esperanza de vida para las diferentes edades o grupos de edades.
- 4) Permite asumir un modelo teórico de población (población estacionaria) en la cual se mantienen constantes en el tiempo, los nacimientos y los fallecimientos. Estos supuestos dan lugar a que la población total y la distribución por edades, permanezcan invariables en el tiempo.
- 5) Es de utilidad en diferentes áreas de estudio, tales como, las ciencias actuariales, de la salud, económicas y demográficas.

1.2.4 Clasificación de las tablas de mortalidad

A continuación se muestran algunas clasificaciones de las tablas de mortalidad de acuerdo a ciertos criterios (INEI, 1993; Mateos-Aparicio Morales Gregoria, Vicente Merino Ana, Hernández March Julio, Caballero Carbonell Adolfo, Moreno Lorente Julio, 2005-2010):

1) De acuerdo al periodo de tiempo o de referencia

Según este criterio se tienen dos tipos de tablas, las tablas de generación y las tablas de momento, las cuáles se describen a continuación:

- a) Una tabla de generación surge a partir del análisis longitudinal de una generación determinada. Son aquellas en las que se sigue una generación o cohorte por un periodo largo de tiempo registrando los fallecimientos que se van produciendo y la edad a la que tienen lugar, hasta su extinción. Estas tablas no tienen utilidad práctica porque se tendría que esperar más de un siglo para construirlas.

Por lo general, estas tablas se utilizan en ensayos clínicos que se realizan en poblaciones más pequeñas y en intervalos de tiempo cortos.

- b) Una tabla de momento surge a partir del análisis transversal del estudio de la mortalidad. Estas tablas se construyen al observar los fallecimientos que se producen en una población en un periodo corto de tiempo, generalmente entre 2 o 4 años.

En este tipo de tablas se considera una generación o cohorte hipotética a la cual se le aplica las tasas de mortalidad observados en las diferentes generaciones o cohortes en un periodo de tiempo determinado.

Las tablas de momento describen el comportamiento de la mortalidad en el periodo de tiempo establecido y los resultados obtenidos son válidos para años próximos y por lo tanto las proyecciones de población son aplicables para el futuro inmediato. Además, son útiles para comparar datos de mortalidad a nivel internacional y para valorar las tendencias de mortalidad a nivel nacional.

Finalmente, estas tablas son las más utilizadas ya que no requieren periodos de tiempo muy largos para su elaboración.

2) De acuerdo a la extensión del intervalo de edades

Según este criterio se tienen dos tipos de tablas, las tablas completas y las tablas abreviadas, las cuáles se describen a continuación:

- a) Las tablas completas son aquellas que contienen información para cada año de edad.
- b) Las tablas abreviadas son aquellas que contienen información para grupos de edades, generalmente grupos quinquenales.

Uno de los criterios para la elaboración de estas tablas es asumir que el comportamiento de la mortalidad es el mismo dentro de los intervalos de edades elegidos. Bajo este criterio, se debería tener cuidado al trabajar con intervalos de edades en los primeros y en los últimos años.

- 3) De único o múltiples decrementos
Si la única causa de salida es el fallecimiento, entonces tenemos una tabla de un solo decremento, pero si además del fallecimiento, existen otras causas de salida, como por ejemplo la invalidez, entonces tenemos una tabla de múltiples decrementos.
- 4) De acuerdo al período de tiempo en el que pueden ser utilizadas
Según este criterio se tienen dos tipos de tablas, las tablas estáticas y las tablas dinámicas, las cuáles se describen a continuación:
 - a) Las tablas estáticas son aquellas en las que para su elaboración solo se ha considerado el tiempo biológico (edad). En la práctica esto implica que una persona de 40 años en el año 1800 y una persona de 40 años en el año 2000 tienen la misma probabilidad de fallecimiento, lo cual no se cumple en la práctica. Por lo tanto, estas tablas solo son aplicables para periodos de tiempos cortos.
 - b) Las tablas dinámicas son aquellas que para su elaboración se considera tanto el tiempo biológico (edad) como el tiempo cronológico (físico o calendario). En este tipo de tablas las generaciones más modernas tendrán probabilidades de fallecimiento menores en comparación con las generaciones más antiguas. Estas tablas son las que se ajustan más a la realidad; ya que, con los avances de la medicina, las mejoras de las condiciones socioeconómicas y sanitarias de la población, la esperanza de vida de las personas aumenta.

1.2.5 Importancia de las tablas de mortalidad

Una tabla de mortalidad se puede construir para toda la población o solo para una parte de ella, por ejemplo se pueden construir tablas de mortalidad teniendo en cuenta el sexo de la persona o teniendo en cuenta una enfermedad determinada, etc.

A partir de estas tablas, se puede observar, por ejemplo, que las mujeres tienen tasas (tantos) de mortalidad menores que los hombres y que la esperanza de vida de las mujeres es mayor que la esperanza de vida de los varones.

Las tablas de mortalidad son muy importantes porque en estas se resumen las experiencias de vida de las poblaciones.

En el sector asegurador, las tablas de mortalidad constituyen la base principal para que los actuarios puedan: fijar el precio de los productos de los seguros (primas) y calcular los montos para realizar pagos futuros asociados a las pólizas contratadas (reservas). De esta manera, se busca evitar insolvencias en las aseguradoras. Por todo esto, es importante hacer un análisis completo del fenómeno de la mortalidad en los seguros de vida. También son muy importantes para regular los sistemas de jubilación y fondos de pensiones.

Las tablas de mortalidad son utilizadas por profesionales de diversas especialidades, tales como:

Los demógrafos, quienes las utilizan para estudiar la estructura y dinámica de la población y para realizar proyecciones sobre estas.

Los economistas, quienes las utilizan para estimar la demanda futura de bienes y servicios, así como la oferta de mano de obra.

Los organismos del estado encargados de administrar los aportes hechos por parte de los trabajadores del sector público o por los aportes hechos por trabajadores que sin ser del sector público, aportan a este.

1.3 Aplicaciones en el análisis actuarial

Las empresas aseguradoras realizan sus actividades sobre grandes grupos de personas que pagan una prima comparativamente pequeña con las grandes sumas de dinero que se originan como consecuencia de las pólizas emitidas. De esta manera, las aseguradoras tienen que determinar las primas de tal modo que reciban la cantidad de dinero suficiente que les permita sostener la actividad.

1.3.1 Rentas actuariales

Una renta actuarial es aquella cuya cuantía² ha sido calculada teniendo en cuenta dos tipos de cálculos: los cálculos financieros (rentabilidad del dinero) y los cálculos actuariales (probabilidad de supervivencia del asegurado, esperanza de vida, entre otros).

Las rentas se pueden considerar como una sucesión de pagos de importe constante o variable.

La renta constante es aquella que no presenta cambios en los distintos periodos de tiempo; mientras que, la renta variable puede modificarse según distintas circunstancias. En ambos casos, una persona desea recibir periódicamente una cantidad de dinero por un plazo de tiempo determinado. Por lo que, para determinar el valor total de la cantidad recibida, se consideraran los siguientes factores: el factor financiero y el factor aleatorio (Mateos-Aparicio Morales Gregoria et al. (2005-2010)).

El factor financiero permite valorar los capitales unitarios³ hasta un momento dado que será, precisamente, el actual.

El factor aleatorio, a través de las probabilidades de supervivencia a cada edad. Por lo que, la cantidad que puedan recibir las personas de distintas edades no será la misma, en general, tampoco lo serán las que reciban las personas de la misma edad pero ubicadas en distintos momentos del tiempo.

Ambos factores son especificados en las bases técnicas de la valoración actuarial. En la práctica, estos factores son el tipo de interés y la tabla de supervivencia, que son conocidas como la base financiera y la base demográfica, respectivamente.

1. Clasificación de las rentas

- a) Teniendo en cuenta su duración, las rentas pueden ser: vitalicias, temporales y diferidas.
 - Una renta es vitalicia cuando el plazo de duración de la renta se considera indefinido, es decir, cuando se supone que la persona recibirá la misma renta durante toda su vida.
 - Una renta es temporal cuando el plazo de duración de la renta alcanza un número establecido de años.

² Cantidad de dinero acordada entre el asegurador y el asegurado.

³ Capital igual a uno.

- Una renta es diferida cuando el origen de la renta se desplaza respecto del momento en que se ha establecido. Estas pueden ser, vitalicias y temporales.
- b) Teniendo en cuenta el periodo de tiempo, las rentas más comunes son las anuales, semestrales, trimestrales y mensuales.
- c) Teniendo en cuenta el vencimiento de la renta, estas pueden ser prepagables o postpagables, dependiendo si el pago se realiza al principio o al final del periodo.

El interés se centra en el **cálculo del valor actual**, ya que, es en el momento presente cuando debe verificarse el principio de equilibrio financiero (aquel por el que el valor actual de las prestaciones futuras del asegurador y del que toma el seguro se igualan).

2. Rentas vitalicias

a) Rentas vitalicias postpagables (a_x)

En este tipo de rentas, se calcula el valor actual de la renta que una persona recibirá mientras viva y cuyos vencimientos tienen lugar al final de cada período.

Para el cálculo del valor actual de la renta se supone que el término de la renta corresponde a un **capital de cuantía unitaria**. Teniendo en cuenta el valor financiero de una renta, se deben incorporar a los términos de esta el carácter aleatorio que el fenómeno actuarial posee.

Sea $V^n = (1 + i)^{-n}$, el factor de descuento para el capital disponible al final del n -ésimo periodo y sea ${}_n P_x$, la probabilidad de supervivencia al final del n -ésimo período.

Estas rentas se obtienen de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 a_x &= v \cdot p_x + v^2 \cdot {}_2 p_x + \dots + v^{w-x} \cdot {}_{w-x} p_x \\
 &= v \cdot \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \cdot \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots + v^{w-x} \cdot \frac{l_w}{l_x} \\
 &= v^{x+1} \cdot \frac{l_{x+1}}{v^x \cdot l_x} + v^{x+2} \cdot \frac{l_{x+2}}{v^x \cdot l_x} + \dots + v^w \cdot \frac{l_w}{v^x \cdot l_x}
 \end{aligned}$$

haciendo:

$$D_x = v^x \cdot l_x,$$

se tiene:

$$\begin{aligned}
 a_x &= \frac{D_{x+1}}{D_x} + \frac{D_{x+2}}{D_x} + \dots + \frac{D_w}{D_x} \\
 &= \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_w}{D_x}.
 \end{aligned}$$

Definiendo:

$$N_x = D_x + D_{x+1} + \dots + D_w,$$

se tiene:

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}.$$

b) **Rentas vitalicias prepagables (\ddot{a}_x)**

En este tipo de rentas, se calcula el valor actual de la renta que una persona recibirá mientras viva cuyos vencimientos tienen lugar al inicio de cada período. Estas rentas se obtienen de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_x &= 1 + v \cdot p_x + v^2 \cdot {}_2p_x + \dots + v^{w-x} \cdot {}_{w-x}p_x \\ &= 1 + v \cdot \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \cdot \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots + v^{w-x} \cdot \frac{l_w}{l_x} \\ &= v^x \cdot \frac{l_x}{v^x \cdot l_x} + v^{x+1} \cdot \frac{l_{x+1}}{v^x \cdot l_x} + v^{x+2} \cdot \frac{l_{x+2}}{v^x \cdot l_x} + \dots + v^w \cdot \frac{l_w}{v^x \cdot l_x} \\ &= \frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_w}{D_x} \\ &= \frac{N_x}{D_x}.\end{aligned}$$

De donde:

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x} = \frac{D_x + N_{x+1}}{D_x} = 1 + \frac{N_{x+1}}{D_x},$$

por lo que:

$$\ddot{a}_x = 1 + a_x.$$

3. Rentas temporales

a) **Rentas temporales postpagables (a_{xn})**

A diferencia de las rentas vitalicias postpagables, ahora, se calcula el valor actual de la renta que una persona recibirá después de un período de n años. Estas rentas se obtienen de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}a_{xn} &= v \cdot p_x + v^2 \cdot {}_2p_x + \dots + v^n \cdot {}_np_x \\ &= v \cdot \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \cdot \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots + v^n \cdot \frac{l_{x+n}}{l_x} \\ &= v^{x+1} \cdot \frac{l_{x+1}}{v^x \cdot l_x} + v^{x+2} \cdot \frac{l_{x+2}}{v^x \cdot l_x} + \dots + v^{x+n} \cdot \frac{l_{x+n}}{v^x \cdot l_x} \\ &= \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{x+n}}{D_x}.\end{aligned}$$

En base a los resultados anteriores, se tiene:

$$a_{xn} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}.$$

b) **Rentas temporales prepagables (\ddot{a}_{xn})**

A diferencia de las rentas vitalicias prepagables, ahora, se calcula el valor actual de la renta que una persona recibirá después de un período de n años. Estas rentas se obtienen de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{xn} &= 1 + v \cdot p_x + v^2 \cdot {}_2p_x + \dots + v^{n-1} \cdot {}_{n-1}p_x \\ &= 1 + v \cdot \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \cdot \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots + v^{n-1} \cdot \frac{l_{x+n-1}}{l_x} \\ &= v^x \cdot \frac{l_x}{v^x \cdot l_x} + v^{x+1} \cdot \frac{l_{x+1}}{v^x \cdot l_x} + v^{x+2} \cdot \frac{l_{x+2}}{v^x \cdot l_x} + \dots + v^{x+n-1} \cdot \frac{l_{x+n-1}}{v^x \cdot l_x} \\ &= \frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{x+n-1}}{D_x}\end{aligned}$$

en base a los resultados anteriores, se tiene:

$$\ddot{a}_{xn} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

por lo que,

$$\ddot{a}_{xn} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} = \frac{D_x + N_{x+1} - N_{x+n}}{D_x} = 1 + \frac{N_{x+1} - N_{x+n}}{D_x}$$

finalmente,

$$\ddot{a}_{xn} = 1 + a_{x(n-1)}.$$

1.3.2 Los seguros de personas

En los seguros de personas, el asegurador indemniza al beneficiario la cantidad establecida en el contrato; siempre y cuando, el contratante del seguro haya pagado la prima establecida en el contrato. En el caso de los seguros de vida, cuando una persona sobrevive a una determinada edad y en el caso de los seguros de muerte, cuando una persona fallece.

Los seguros se clasifican en:

- Seguros de vida, cuando el capital asegurado es pagado si el asegurado sobrevive un tiempo determinado.
- Seguros de muerte, cuando el capital asegurado es pagado si fallece el asegurado.
- Seguro mixto, es una combinación de los dos seguros anteriores.

1. Seguros de vida.

- a) **Seguros de renta vitalicia.** El asegurador tiene que realizar pagos periódicos, si el asegurado sobrevive en el tiempo establecido para los pagos.
- b) **Seguros de capital diferido.** El asegurador tiene que pagar el capital asegurado al término de un cierto número de años, si el asegurado sobrevive en ese momento.

2. Seguros en caso de muerte.

- a) **Seguro de muerte a vida entera.** El asegurador paga el capital asegurado en el momento del fallecimiento.
- b) **Seguro temporal de muerte.** El asegurador paga el capital asegurado, si el asegurado fallece en un período de tiempo establecido desde el momento que contrata el seguro (por ejemplo, dentro de n años desde el contrato).
- c) **Seguro diferido de muerte.** El asegurador paga el capital asegurado, si el asegurado fallece, en cualquier momento, después de un período de tiempo establecido en el contrato del seguro (por ejemplo, después de n años desde el contrato).

3. Seguro de capital diferido para caso de vida: ${}_nE_x$

En este tipo de seguro, una persona de edad x recibirá el capital acordado en el contrato, siempre y cuando esta sobreviva a la edad $x+n$. En términos unitarios, la prima única de este seguro está dada por ${}_nE_x$.

$${}_nE_x = v^n \cdot {}_np_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}.$$

4. Seguro de muerte a vida entera: A_x

En este tipo de seguro, si la persona fallece, los beneficiarios recibirán el capital asegurado.

Para el cálculo de la prima, la valoración financiera se hace exactamente en la mitad del año, para esto se supone que los fallecimientos se distribuyen uniformemente a lo largo del año. Luego, este tipo de seguro se obtiene de la siguiente manera:

Sea una persona de edad x , teniendo en cuenta las probabilidades de fallecimiento y la valoración financiera, se tiene:

$$\begin{aligned} A_x &= v^{1/2} \cdot q_x + v^{1+1/2} \cdot {}_1p_x / q_x + \dots + v^{w-x-1+1/2} \cdot {}_{w-x-1}p_x / q_x \\ &= v^{1/2} \cdot \frac{d_x}{l_x} + v^{1+1/2} \cdot \frac{d_{x+1}}{l_x} + \dots + v^{w-x-1+1/2} \cdot \frac{d_{w-1}}{l_x} \\ &= v^{x+1/2} \cdot \frac{d_x}{v^x \cdot l_x} + v^{x+1+1/2} \cdot \frac{d_{x+1}}{v^x \cdot l_x} + \dots + v^{w-1+1/2} \cdot \frac{d_{w-1}}{v^x \cdot l_x}. \end{aligned}$$

Haciendo:

$$v^{x+1/2} \cdot d_x = C_x$$

se obtiene,

$$A_x = \frac{C_x + C_{x+1} + \dots + C_{w-1}}{D_x}.$$

Ahora, se define:

$$M_X = C_X + C_{X+1} + \dots + C_{W-1},$$

finalmente:

$$A_x = \frac{M_x}{D_x}.$$

CAPÍTULO II

TABLAS DE MORTALIDAD DINÁMICAS

Teniendo en cuenta que el comportamiento de la mortalidad muestra un gradual descenso con el transcurso de los años; ya que, conforme pasan los años, las condiciones de vida mejoran y con esto se incrementa la esperanza de vida de la población, es importante estudiar el efecto del tiempo calendario (tiempo cronológico) en la mortalidad.

Las tablas clásicas de mortalidad (estáticas) tienden a subestimar la esperanza de vida de las personas si son utilizadas para periodos largos de tiempo, entonces, ante esta situación surgen las tablas dinámicas que consideran tanto el tiempo biológico como el tiempo cronológico para su construcción. Como dice Ana María Debon Aucejo (2003), es necesario desarrollar modelos que permitan estimar esta dinamicidad y realizar predicciones.

En este capítulo, primero se definen las tablas dinámicas y luego se describe el método de Lee–Carter, el cual es uno de los más utilizados para la construcción de este tipo de tablas y es el tema central en esta tesis.

2.1 Tablas de mortalidad dinámicas

Las tablas dinámicas son aquellas en que para su elaboración se considera tanto el tiempo biológico (edad) como el tiempo cronológico (físico o calendario). En este tipo de tablas, las generaciones más modernas tendrán probabilidades de fallecimiento menores en comparación con las generaciones más antiguas. Esto es lo que se ajusta más a la realidad; ya que, con el avance de la medicina y las mejoras de las condiciones de vida y sanitarias de la población, la esperanza de vida de la población se está incrementando.

La notación que se utilizará para la construcción de tablas de mortalidad dinámicas es la siguiente:

q_{xt} = Es la probabilidad anual de fallecimiento de una persona de edad x considerando el tiempo calendario t .

p_{xt} = Es la probabilidad anual de supervivencia de una persona de edad x considerando el tiempo calendario t .

u_{xt} = Es la fuerza de mortalidad de una persona de edad x considerando el tiempo calendario t .

m_{xt} = Es el tanto central de mortalidad a la edad x considerando el tiempo calendario t .

2.2 El Método de Lee-Carter

El método desarrollado por Ronald Lee⁴ y Lawrence Carter⁵ en el año de 1992 para los datos de mortalidad de Estados Unidos, para el período comprendido entre 1933 y 1987 y que fue presentado en su trabajo **Modeling and Forecasting U.S. Mortality**, es uno de los más utilizados e influyentes en los últimos años por la calidad de sus resultados, tanto en el análisis actuarial como en el análisis demográfico; razón por la cual, se ha aplicado en varios países.

Steven Haberman y Maria Rusolillo (2005) aplican el método a la población de Italia. Por otro lado, Jenny Zheng Wang (2007) aplica el método a la población de Suecia.

Han Lin Shang, Heather Booth y Rob Hyndman destacan la aplicación del método, entre otros países, en Australia por De Jong y Tickle (2006), en Austria por Carter y Prskwetz (2001), en Bélgica por Brouhns, Denuit y Vermunt (2001), en Canadá por Lee and Nault (1993), en Chile por Lee and Rofman (1994), en China por Lin (1995), en Inglaterra y Gales por Cairns (2011), en Finlandia por Alho (1998), en Japón por Wiltmoth (1996), en Noruega por Keilman, Pham y Hetland (2002), en España por Debón, Montes y Sala (2006), en Suecia por Tuljapurkar (2005), en los Reynos Unidos por Renshaw y Haberman (2003). Edviges Coelho destaca la aplicación del método en Brasil por Fígoli (1998).

Lee y Carter (1992) destacan que el método combina un parsimonioso modelo demográfico con un modelo estadístico de series de tiempo que se basa en las tendencias y patrones históricos de la mortalidad observados en un período largo de tiempo permitiendo la construcción de intervalos probabilísticos para los respectivos pronósticos.

Como el modelo permite extrapolar hacia el futuro la tendencia histórica observada de la mortalidad durante el periodo de estudio, entonces para obtener buenos resultados es importante que la mortalidad sea observada en un período largo de tiempo. Lee y Carter recomiendan un periodo de por lo menos 30 años de historia reciente.

2.3 El modelo y su ajuste

Lee Ronald y Lawrence Carter (1992) proponen un método paramétrico, cuyos parámetros dependen de la edad y el tiempo, que ajusta una función lineal, a los logaritmos de los tantos centrales de mortalidad observados para cada edad y para cada instante de tiempo, donde la “variable independiente o regresora” no observada depende del tiempo.

El modelo propuesto por Lee y Carter para ajustar los logaritmos de los tantos centrales de mortalidad observados para cada edad y para cada instante de tiempo es el siguiente:

$$\ln(m_{xt}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{xt}$$

donde:

m_{xt} = Tanto central de mortalidad a la edad x en el tiempo calendario t .

a_x = Patrón de mortalidad promedio a la edad x .

⁴ Ronald Lee, Ph.D., is Professor in the Departments of Demography and Economics at the University of California, 2232 Piedmont Ave., Berkeley, California 94720.

⁵ Lawrence Carter, Ph.D. is Profesor Emeritus at the University of Oregon.

- k_t = Muestra la tendencia de la mortalidad a lo largo del tiempo t .
 b_x = Describe la velocidad de cambio de la mortalidad a la edad x , cuando varia k_t
 ε_{xt} = Mide el error a la edad x y el tiempo calendario t . Estos errores con media igual a cero y varianza igual a σ^2 reflejan influencias históricas que no son capturadas por el modelo.

Ahora, supóngase que la edad de una persona toma valores en el intervalo $[e_1, e_r]$ y que el tiempo toma valores en el intervalo $[1, n]$, entonces tenemos un sistema de $r \times n$ ecuaciones con $2r + n$ incógnitas con la representación matricial dada de la siguiente manera:

$$M_{rxn} = A_{rxn} + B_{rx1}K_{1xn} + E_{rxn},$$

donde, las matrices se representan de la siguiente manera:

$$M = \begin{bmatrix} \ln m_{11} & \ln m_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & \ln m_{1n} \\ \ln m_{21} & \ln m_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & \ln m_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \ln m_{r1} & \ln m_{r2} & \cdot & \cdot & \cdot & \ln m_{rn} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{rn} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_r \end{bmatrix} \quad y \quad K = [k_1 \quad k_2 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad k_n].$$

Con respecto a la matriz A , se verifica que:

$$a_{i1} = a_{i2} = a_{i3} = \dots = a_{in}, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

Como el modelo propuesto tiene infinitas soluciones; ya que, si a_x , b_x y k_t son soluciones, entonces para cualquier escalar c , $(a_x - c \cdot b_x, b_x, k_t + c)$ y $(a_x, c \cdot b_x, \frac{k_t}{c})$ también son soluciones. Entonces, los autores introdujeron las siguientes restricciones que garantizan una solución única:

$$\sum_{x=e_1}^{e_r} b_x = 1 \quad y \quad \sum_{t=1}^n k_t = 0. \quad (2.1)$$

Esta restricción asegura que a_x sea igual a la suma promedio de $\ln(m_{xt})$, para todo t , (Wilmoth Jhon R.(1993)).

Luego, para estimar los parámetros a_x y b_x , para cada edad x , y para obtener una primera estimación para los índices de mortalidad k_t , para cada instante de tiempo t observado, se utiliza el método de mínimos cuadrados. Con este fin, se formula la función objetivo:

$$\begin{aligned} S(a_x, b_x, k_t) &= \sum_{t=1}^n \sum_{x=e_1}^{e_r} \varepsilon_{xt}^2 \\ &= \sum_{t=1}^n \sum_{x=e_1}^{e_r} (\ln(m_{xt}) - a_x - b_x k_t)^2. \end{aligned}$$

Como la función objetivo es continua y derivable, se deriva con respecto a a_x :

$$\frac{\partial S(a_x, b_x, k_t)}{\partial a_x} = -2 \sum_{t=1}^n \sum_{x=e_1}^{e_r} (\ln(m_{xt}) - a_x - b_x k_t),$$

se iguala a cero,

$$-2 \sum_{t=1}^n \sum_{x=e_1}^{e_r} (\ln(m_{xt}) - a_x - b_x k_t) = 0,$$

se despeja y se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n \sum_{x=e_1}^{e_r} \ln(m_{xt}) &= \sum_{t=1}^n \sum_{x=e_1}^{e_r} a_x + b_x k_t \\ &= \sum_{t=1}^n \sum_{x=e_1}^{e_r} a_x + \sum_{t=1}^n \sum_{x=e_1}^{e_r} b_x k_t \\ &= n \sum_{x=e_1}^{e_r} a_x + \sum_{t=1}^n k_t \sum_{x=e_1}^{e_r} b_x, \end{aligned}$$

teniendo en cuenta las restricciones iniciales dadas en (2.1) se obtiene:

$$\sum_{t=1}^n \sum_{x=e_1}^{e_r} \ln(m_{xt}) = n \sum_{x=e_1}^{e_r} a_x.$$

Despejando la sumatoria de a_x , se tiene:

$$\sum_{x=e_1}^{e_r} a_x = \frac{\sum_{t=1}^n \sum_{x=e_1}^{e_r} \ln(m_{xt})}{n}.$$

Finalmente, las a_x corresponden a la media aritmética de los logaritmos de m_{xt} o al logaritmo de la media geométrica de m_{xt} :

$$a_x = \frac{\sum_{t=1}^n \ln(m_{xt})}{n} = \ln \left(\prod_{t=1}^n m_{xt}^{\frac{1}{n}} \right).$$

De esta manera, con las restricciones impuestas, a_x es simplemente una media a lo largo del tiempo de $\ln(m_{xt})$.

Por lo tanto, obtener a_x es una tarea sencilla a partir de las condiciones iniciales, pero no podríamos obtener b_x por métodos comunes de regresión porque no tenemos regresores con valores observables, sino, en su lugar tenemos índices de mortalidad k_t desconocidos.

Por esta razón, para ajustar el modelo, los autores utilizan el método de descomposición en valores singulares. Este método permite obtener una estimación del parámetro b_k y ofrece una primera aproximación de los índices de mortalidad k_t .

Para aplicar el método de descomposición en valores singulares, los autores realizan la siguiente operación:

$$\ln(m_{xt}) - a_x = b_x k_t + \varepsilon_{xt} . \quad (2.2)$$

De esta manera, la matriz del lado izquierdo de la ecuación (2.2) tiene todos sus elementos conocidos y es la que se descompone.

Haciendo,

$$Z_{xt} = \ln(m_{xt}) - a_x \quad (2.3)$$

de (2.2) y (2.3) se tiene:

$$Z_{xt} = b_x k_t + \varepsilon_{xt} . \quad (2.4)$$

Luego, descomponiendo la matriz Z , de orden $x \times t$, de la ecuación (2.4) mediante el método de descomposición en valores singulares, se obtiene:

$$Z = UDV^T ,$$

donde U es una matriz ortogonal de orden $x \times x$, V es una matriz ortogonal de orden $t \times t$ y D es una matriz diagonal por bloques de orden $x \times t$. Además, las columnas de las matrices U y V reciben los nombres de vectores del lado izquierdo y derecho, respectivamente y D es una matriz diagonal por bloques cuyos elementos son los valores singulares de la matriz Z ordenados de manera no decreciente.

Además, la matriz Z puede expresarse como la suma de s términos, así:

$$Z_{xt} = \sum_{i=1}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t . \quad (2.5)$$

Donde, u_{xi} es el vector columna i de la matriz U y v_{it}^t es el vector fila i de la matriz V^t .

Además, s es el rango de la matriz Z y s_i es el i -ésimo valor singular con $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_s$.

Luego, a partir de (2.4) y (2.5), se tiene:

$$\sum_{i=1}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t = b_x k_t + \varepsilon_{xt} , \quad (2.6)$$

la sumatoria anterior (2.6) puede expresarse como:

$$s_1 \cdot u_{x1} \cdot v_{1t}^t + \sum_{i=2}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t = b_x k_t + \varepsilon_{xt}. \quad (2.7)$$

A partir de (2.7), los autores (Lee Ronald y Lawrence Carter) proponen lo siguiente:

$$b_x k_t = s_1 \cdot u_{x1} \cdot v_{1t}^t \quad y \quad \sum_{i=2}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t = \varepsilon_{xt}, \quad (2.8)$$

es decir, utiliza el primer término de la matriz Z para estimar los parámetros b_x y k_t . Así, la primera columna de la matriz U (u_{x1}) proporciona los valores estimados de b_x , siempre y cuando, la suma de todos sus elementos sea igual a uno (por condiciones impuestas en (2.1), en caso contrario, se realiza un proceso de estandarización. También, el producto del primer valor singular (s_1) por la primera columna del vector V (v_{1t}) proporciona una primera estimación de k_t . Finalmente, la sumatoria de los otros términos de la matriz Z proporcionan los valores estimados de ε_{xt} , tal como se muestra en (2.8).

Como señalan Gary King y Federico Girosi (2007), esta estimación es un caso especial del análisis de componentes principales donde la matriz Z_{xt} , que resulta de la diferencia entre los logaritmos de los tantos centrales de mortalidad y los valores estimados de las a_x , es resumida teniendo en cuenta el primer término que resulta al descomponer esta matriz mediante el método de descomposición en valores singulares.

Frank Fabozzi, Rosella Giacometti, Marida Bertocchi y Svetlozar Rachev (2012), señalan que en poblaciones de baja mortalidad, la aproximación para $b_x k_t = s_1 \cdot u_{x1} \cdot v_{1t}^t$ explica más del 90% de la varianza de $\ln(m_{x,t})$.

La variación total explicada está dada por $\sum_{i=1}^s s_i^2$ y el porcentaje de la varianza

explicada por la i-ésima componente es igual a $\frac{s_i^2}{\sum_{i=1}^s s_i^2} \times 100$. En particular, la

varianza explicada por la primera componente es igual a $\frac{s_1^2}{\sum_{i=1}^s s_i^2} \times 100$.

Debido a que las estimaciones de los parámetros se realizan teniendo en cuenta los logaritmos de los tantos centrales de mortalidad, los valores de las muertes estimadas y las muertes observadas para cada año son distintos. Por esta razón, se vuelven a calcular los k_t teniendo en cuenta los valores de a_x y b_x estimados.

Los nuevos valores (reestimados) de los k_t para cada año se obtienen haciendo que los valores de las muertes estimadas y las muertes observadas sean iguales; es decir:

$$D_t = \sum_{x=e_1}^{e_r} N_{xt} \cdot e^{a_x + b_x k_t}; \quad \text{para todo } t,$$

donde:

D_t = Número de fallecimientos en el año t .

N_{xt} = Población de edad x en el año t .

Con lo cual, los nuevos valores de k_t se obtienen por búsqueda iterativa de tal manera que se cumpla la igualdad anterior.

Steven Haberman y Maria Rusolillo (2005), proponen reestimar los k_t mediante el siguiente algoritmo:

Paso 1

Comparar las muertes esperadas $\sum_{x=e_1}^{e_r} N_{xt} \cdot e^{a_x + b_x k_t^{(1)}}$ con las muertes observadas

$\sum_{x=e_1}^{e_r} d_{xt}$, en cada período.

Paso 2

La comparación conduce a tres posibles resultados, a saber:

- i. Si $\sum_{x=e_1}^{e_r} N_{xt} \cdot e^{a_x + b_x k_t^{(1)}} > \sum_{x=e_1}^{e_r} d_{xt}$, entonces se tiene que disminuir el número de muertes estimadas ajustando el valor de k_t , así:

$$k_t^{(2)} = \begin{cases} k_t^{(1)}(1-d), & \text{si } k_t > 0. \\ k_t^{(1)}(1+d), & \text{si } k_t < 0. \end{cases}$$

donde d es un número suficientemente pequeño.

- ii. Si $\sum_{x=e_1}^{e_r} N_{xt} \cdot e^{a_x + b_x k_t^{(1)}} = \sum_{x=e_1}^{e_r} d_{xt}$, entonces se terminan las iteraciones.

- iii. Si $\sum_{x=e_1}^{e_r} N_{xt} \cdot e^{a_x + b_x k_t^{(1)}} < \sum_{x=e_1}^{e_r} d_{xt}$, entonces se tiene que aumentar el número de muertes estimadas ajustando el valor de k_t , así:

$$k_t^{(2)} = \begin{cases} k_t^{(1)}(1+d), & \text{si } k_t > 0. \\ k_t^{(1)}(1-d), & \text{si } k_t < 0. \end{cases}$$

Paso 3

Regresar al paso 1.

Una vez calculados los nuevos valores de k_t , se tiene que encontrar un modelo para estos índices de mortalidad, de tal manera, que se puedan hacer predicciones a través del tiempo.

Gary King y Federico Girosi (2007), señalan que en la práctica el modelo paseo aleatorio con deriva se ha utilizado de manera casi exclusiva.

$$k_t = c + k_{t-1} + u_t.$$

2.4 Ventajas y desventajas del método

A continuación se presentan algunas ventajas y desventajas que se han encontrado en el método de Lee-Carter y que son mencionadas por Ronald Lee (2000).

Entre las ventajas, se tienen las siguientes:

- El método de Lee-Carter puede ser utilizado en países con escasa información disponible. Tal como lo señalan los autores, una familia de tablas de vida pueden ser generadas utilizando este modelo a partir de dos tablas de vida observadas.
- El método presenta un buen ajuste a la información histórica de los datos.
- La variación de los datos en el tiempo depende de un solo parámetro (k_t). Además, la linealidad aproximada para este parámetro en el período de observación es una gran ventaja desde el punto de vista de la predicción.
- Se realizan predicciones para largos períodos de tiempo.

Entre las desventajas, se tienen las siguientes:

- Nada garantiza que la mortalidad siga siempre esa tendencia decreciente a lo largo de la trayectoria representada por los valores de k_t , pero los avances de las investigaciones biomédicas proporcionan algunas razones para creer que estas tendencias continuarán en el futuro.
- El método supone que las razones de cambio para todas las edades, b_x (dk_t/dt), se mantienen constantes a lo largo del tiempo. El problema podría presentarse en la predicción si estas razones variaran a través del tiempo para las diferentes edades.
- El método no se adapta fácilmente a información inesperada sobre tendencias en el futuro, por lo que, las predicciones se basan en lo que sucedería si la tendencia actual se mantuviera en el futuro.

2.5 Extensiones del método

A continuación se presentan dos extensiones del método:

- John R. Wilmoth ajusta el modelo mediante el método de mínimos cuadrados ponderados con pesos iguales al número de muertes observadas. Al trabajar de esta manera se obtienen los parámetros en una sola etapa y no en dos como en el enfoque original. Teniendo en cuenta las mismas restricciones impuestas en el modelo original, la función a minimizar es la siguiente:

$$\sum_{xt} d_{xt} (Ln(m_{xt}) - a_x - b_x k_t)^2.$$

Para minimizar esta función, se calculan las primeras derivadas con respecto a cada uno de los parámetros y se igualan a cero, obteniendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\hat{a}_x &= \frac{\sum_t d_{xt} (Ln(m_{xt}) - \hat{b}_x \cdot \hat{k}_t)}{\sum_t d_{xt}} \\ \hat{b}_x &= \frac{\sum_t d_{xt} \cdot \hat{k}_t (Ln(m_{xt}) - \hat{a}_x)}{\sum_t d_{xt} \cdot \hat{k}_t^2} \\ \hat{k}_t &= \frac{\sum_x d_{xt} \cdot \hat{b}_x (Ln(m_{xt}) - \hat{a}_x)}{\sum_x d_{xt} \cdot \hat{b}_x^2}\end{aligned}$$

Las soluciones de estas ecuaciones pueden encontrarse mediante procedimientos iterativos, partiendo de un conjunto de valores iniciales que pueden ser obtenidos mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios.

- El mismo Wilmoth (1993) presenta otra forma de ajustar el modelo especificando un modelo probabilístico cuyos parámetros pueden ser estimados por el método de máxima verosimilitud. Así:

Si D_{xt} es una variable aleatoria que representa el número de muertes a la edad x en el momento t y sea d_{xt} el número de muertes observadas en realidad, entonces, tal como lo dice el autor, D_{xt} se puede aproximar satisfactoriamente a una distribución Poisson con media $\lambda_{xt} = m_{xt} E_{xt}$, donde E_{xt} representa la población expuesta al riesgo de morir a la edad x en el tiempo t .

La función de verosimilitud para una combinación simple de edad y tiempo puede ser escrita como:

$$L(d; \lambda) = \frac{\lambda^d \cdot e^{-\lambda}}{d!}.$$

Mayor detalle de las extensiones se puede encontrar en Ronald Lee (2000) y John R. Wilmoth (1993).

CAPÍTULO III

APLICACIÓN

En este capítulo se aplica el método de Lee-Carter descrito en el capítulo anterior a la población de Australia cuyos registros de mortalidad han sido observados a través de un periodo largo de tiempo. Es decir, se ajustará el modelo de Lee-Carter a los tantos centrales de mortalidad de la población de Australia. Además, a partir de los parámetros estimados con el modelo, se construirán tablas de mortalidad dinámicas para años posteriores al periodo de tiempo que ha sido observado. La estimación de los parámetros y la construcción de las tablas de mortalidad se realizarán utilizando el paquete demography del lenguaje R.

Cabe recordar que para obtener buenos resultados al aplicar el método de Lee-Carter es importante que la mortalidad sea observada por un periodo largo de tiempo (por lo menos 30 años de historia reciente) y como no fue fácil acceder a los datos en el Perú, entonces se trabajó con los datos de la población de Australia. El periodo de tiempo observado va desde el año 1970 hasta el año 2009, es decir, 40 años.

Los registros de mortalidad de la población de Australia fueron obtenidos en The Human Mortality Database⁶. Cabe señalar, que se eligió la población de Australia por el fácil acceso a su base de datos.

Es de interés, observar el patrón de mortalidad promedio en las diferentes edades, la tendencia de la mortalidad a través del tiempo, la esperanza de vida de la población al nacer y en las diferentes edades.

Finalmente, a partir de la tabla de mortalidad construida para el año 2013, se construirá una tabla actuarial que permitirá realizar algunos cálculos actuariales que fueron definidos en el primer capítulo. Cabe indicar que para la construcción de esta tabla actuarial se utilizó la hoja de cálculo Excel y el motor de base de datos SQL Server.

El modelo propuesto por Lee y Carter que se ajustó a los datos de la población de Australia es:

⁶ The Human Mortality Database fue creada para proporcionar datos de población y mortalidad a investigadores, estudiantes, periodistas, analistas políticos y otras personas interesadas en la historia de la longevidad humana.

$$\ln(m_{xt}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{xt},$$

donde:

- m_{xt} = Tanto central de mortalidad a la edad x en el tiempo calendario t .
- a_x = Patrón de mortalidad promedio a la edad x .
- k_t = Patrón de la mortalidad a lo largo del tiempo t .
- b_x = Describe la velocidad de cambio de la mortalidad a la edad x , cuando varia k_t

Para obtener los parámetros a_x , b_x y k_t y las tablas de mortalidad se utilizó el paquete demography del lenguaje R cuyo autor es Rob J Hyndman⁷. Las funciones que se utilizaran son Demogdata, lca, Forecast.lca y Lifetable las cuales serán descritas en el anexo (A).

⁷ Rob J Hyndman es profesor de Estadística en la Universidad Monash, Australia.

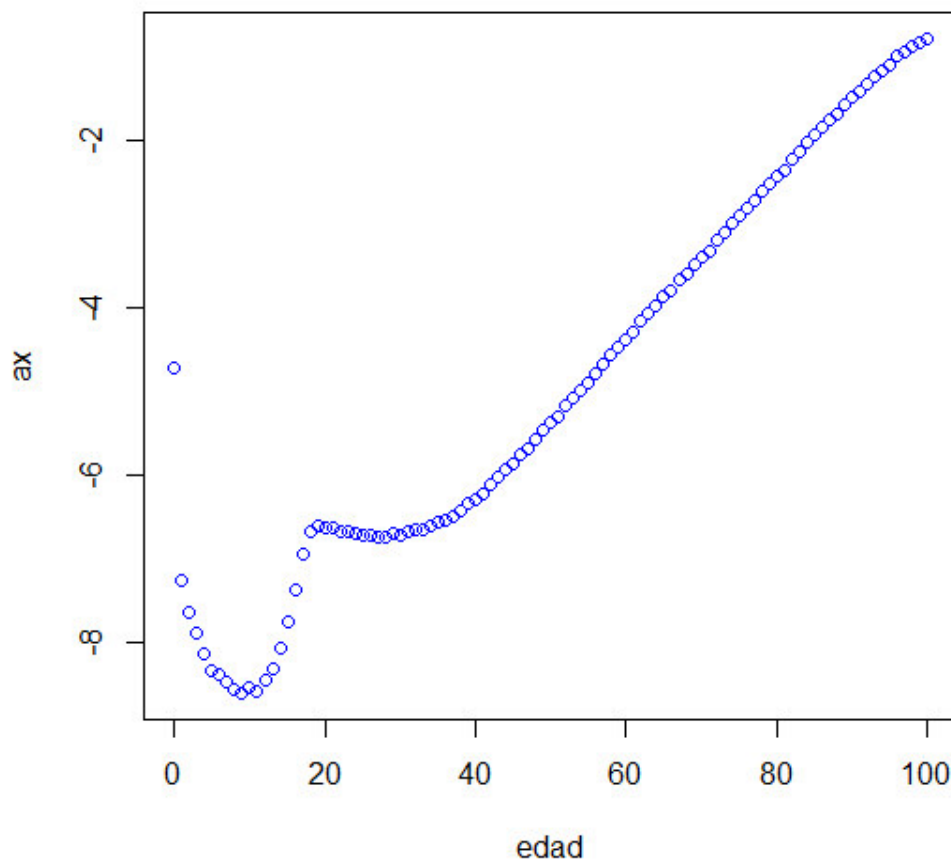
3.1 Resultados obtenidos para el género masculino

Los valores de los parámetros a_x , b_x y k_t obtenidos para el género masculino con las funciones del paquete Demography del programa R son:

Tabla 3.1.1: Patrón de mortalidad promedio a la edad x obtenido para el género masculino - a_x

Edad	a_x	Edad	a_x	Edad	a_x
0	-4.723265	34	-6.608302	68	-3.598100
1	-7.251951	35	-6.556833	69	-3.485392
2	-7.635606	36	-6.528305	70	-3.401980
3	-7.877462	37	-6.484733	71	-3.319642
4	-8.133233	38	-6.418989	72	-3.194828
5	-8.321002	39	-6.331678	73	-3.102715
6	-8.381142	40	-6.297150	74	-3.002944
7	-8.457492	41	-6.216621	75	-2.909569
8	-8.552546	42	-6.108906	76	-2.807101
9	-8.589603	43	-6.008231	77	-2.722699
10	-8.522860	44	-5.938898	78	-2.611454
11	-8.566219	45	-5.856115	79	-2.511873
12	-8.431676	46	-5.739547	80	-2.433225
13	-8.298763	47	-5.676450	81	-2.355499
14	-8.064076	48	-5.570938	82	-2.236091
15	-7.735201	49	-5.470160	83	-2.133729
16	-7.366274	50	-5.365600	84	-2.034910
17	-6.944220	51	-5.296962	85	-1.949211
18	-6.667941	52	-5.177917	86	-1.849401
19	-6.612122	53	-5.069211	87	-1.759991
20	-6.618947	54	-4.981348	88	-1.689483
21	-6.622688	55	-4.890466	89	-1.580122
22	-6.673426	56	-4.792341	90	-1.496992
23	-6.673015	57	-4.677089	91	-1.430604
24	-6.694416	58	-4.569109	92	-1.327381
25	-6.711719	59	-4.461943	93	-1.240398
26	-6.715837	60	-4.375563	94	-1.178705
27	-6.726014	61	-4.293983	95	-1.104659
28	-6.735689	62	-4.166912	96	-1.004811
29	-6.692592	63	-4.068742	97	-0.943533
30	-6.714167	64	-3.979244	98	-0.877392
31	-6.678018	65	-3.869026	99	-0.842593
32	-6.640368	66	-3.802604	100	-0.799980
33	-6.651217	67	-3.675793		

Figura 3.1.1: Patrón de mortalidad promedio a la edad x

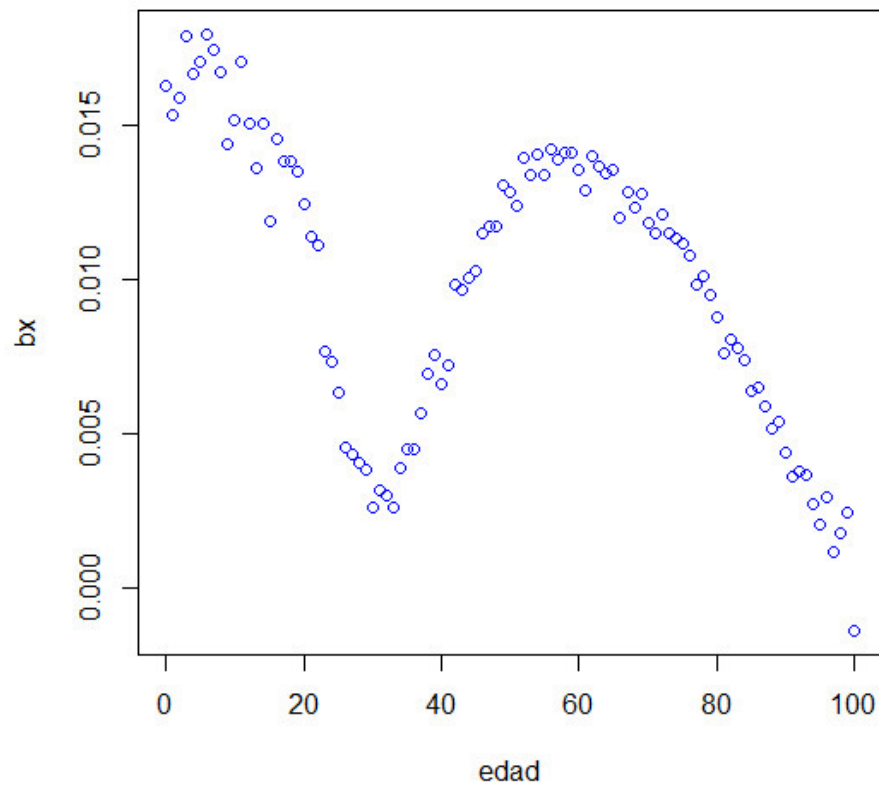


La figura 3.1.1 muestra el patrón promedio de mortalidad en las diferentes edades. En la misma se observa que la mortalidad es alta en el primer año, luego desciende en forma rápida, es relativamente baja entre los 5 y 12 años, luego aumenta hasta llegar a los 20 años para luego mantenerse estable hasta los 40 años aproximadamente y luego aumenta y alcanza niveles elevados en las últimas edades.

Tabla 3.1.2: Variación de la mortalidad a la edad x obtenido para el género masculino - b_x

Edad	b_x	Edad	b_x	Edad	b_x
0	0.016241	34	0.003892	68	0.012341
1	0.015315	35	0.004504	69	0.012774
2	0.015847	36	0.004468	70	0.011816
3	0.017846	37	0.005647	71	0.011510
4	0.016636	38	0.006908	72	0.012076
5	0.017041	39	0.007539	73	0.011506
6	0.017918	40	0.006586	74	0.011330
7	0.017432	41	0.007235	75	0.011133
8	0.016720	42	0.009802	76	0.010758
9	0.014390	43	0.009647	77	0.009808
10	0.015126	44	0.010037	78	0.010121
11	0.017023	45	0.010250	79	0.009481
12	0.015013	46	0.011501	80	0.008748
13	0.013581	47	0.011712	81	0.007609
14	0.015011	48	0.011718	82	0.008035
15	0.011873	49	0.013027	83	0.007784
16	0.014551	50	0.012801	84	0.007356
17	0.013811	51	0.012369	85	0.006403
18	0.013811	52	0.013927	86	0.006488
19	0.013477	53	0.013384	87	0.005873
20	0.012446	54	0.014050	88	0.005142
21	0.011357	55	0.013362	89	0.005394
22	0.011118	56	0.014187	90	0.004379
23	0.007677	57	0.013850	91	0.003579
24	0.007294	58	0.014103	92	0.003751
25	0.006333	59	0.014079	93	0.003656
26	0.004562	60	0.013530	94	0.002734
27	0.004332	61	0.012891	95	0.002053
28	0.004044	62	0.013966	96	0.002920
29	0.003807	63	0.013641	97	0.001163
30	0.002600	64	0.013455	98	0.001765
31	0.003152	65	0.013531	99	0.002462
32	0.003018	66	0.012009	100	0.001378
33	0.002609	67	0.012811		

Figura 3.1.2: variación de la mortalidad a la edad x

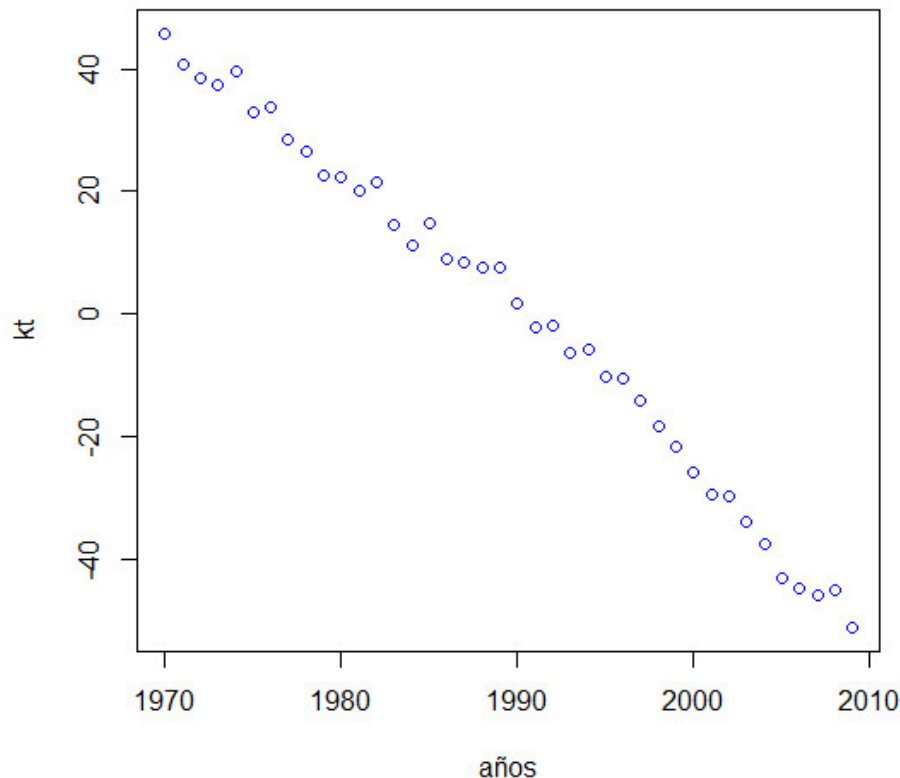


La figura 3.1.2 describe la variación de la mortalidad a la edad x , en respuesta a cambios en k_t . Se observa que en los primeros años este valor es más grande, a los 10 años disminuye hasta los 35 años aproximadamente, para crecer nuevamente hasta los 60 años y tiende a decrecer hasta llegar a los 100 años.

Tabla 3.1.3: Patrón de la mortalidad a lo largo del tiempo t obtenido para el género masculino - k_t

Año	k_t	Año	k_t
1970	45.689281	1990	1.628659
1971	40.624441	1991	-2.205803
1972	38.512899	1992	-1.988935
1973	37.460630	1993	-6.352736
1974	39.685869	1994	-5.642644
1975	32.825081	1995	-10.322113
1976	33.686419	1996	-10.438902
1977	28.567409	1997	-14.143964
1978	26.454981	1998	-18.384866
1979	22.697418	1999	-21.566185
1980	22.324073	2000	-25.706089
1981	20.135236	2001	-29.282807
1982	21.506757	2002	-29.568949
1983	14.617076	2003	-33.849966
1984	11.124812	2004	-37.369459
1985	14.703796	2005	-42.958483
1986	9.052265	2006	-44.833553
1987	8.342810	2007	-45.696441
1988	7.706592	2008	-45.103659
1989	7.647146	2009	-51.017738

Figura 3.1.3: Patrón de la mortalidad a lo largo del tiempo



La figura 3.1.3 muestra el patrón de la mortalidad a través del tiempo, cuya tendencia es lineal y decreciente. Por lo que, este patrón no es estacionario en media ya que su nivel varía a través del tiempo. Este comportamiento presupone un decrecimiento lineal.

Además, con la finalidad de comprender mejor como funciona el método de Lee-Carter se presentan los valores singulares de la matriz Z_{xt} , el proceso de estandarización del parámetro b_x y con esto, los valores de la primera aproximación del parámetro k_t . Finalmente, se presenta el proceso de ajuste y las proyecciones del parámetro k_t .

Cabe indicar que se utilizó el programa Matlab para obtener la descomposición por valores singulares de la matriz Z_{xt} . A partir de esta descomposición, se obtuvieron los valores singulares de esta matriz y con esto se calculó la variación explicada por el modelo de Lee-Carter. Seguido, luego de un proceso de estandarización, se obtuvo el parámetro b_x y una primera aproximación del parámetro k_t .

El proceso de estandarización se realizó para que la suma de los elementos del parámetro b_x sea igual a uno.

La hoja de cálculo Excel se utilizó para realizar el proceso de estandarización del parámetro b_x . Con esto, se obtuvieron los valores de este parámetro y una primera aproximación del parámetro k_t .

El desarrollador de base de datos SQL Server se utilizó para reestimar los valores del parámetro k_t mediante el procedimiento iterativo descrito en la sección 2.4 y el programa SPSS se utilizó para realizar las proyecciones del

parámetro k_t . Cabe recordar, que el objetivo de reestimar los valores del parámetro k_t se hace para que el número de fallecimientos observados sea igual al número de fallecimientos estimados en el año t .

Finalmente, cabe indicar que para obtener el parámetro a_x y la matriz $Z_{xt} = \ln(m_{xt}) - a_x$ (descrita en el segundo capítulo) se utilizó la hoja de cálculo Excel.

A continuación se presentan los resultados:

Tabla 3.1.4: Proceso de estandarización del parámetro b_x y una primera aproximación del parámetro k_t obtenido para el género masculino

Nº	$b'_x = b_x$ sin estandarizar	b_x estandarizado = $(b'_x / -9.0916)$	$k'_t = k_t$ antes de estandarizar b_x	Primera aproximación de $k_t = (19.3163^*)(-9.0916)(K'_t)$
1	-0.1477	0.016246	-0.2554	44.852345
2	-0.1392	0.015311	-0.2396	42.077611
3	-0.1441	0.015850	-0.2205	38.723344
4	-0.1622	0.017841	-0.216	37.933072
5	-0.1512	0.016631	-0.2251	39.531178
6	-0.1549	0.017038	-0.1948	34.210011
7	-0.1629	0.017918	-0.186	32.664590
...
40	-0.0685	0.007534	0.263	-46.187027
...
100	0.0125	-0.001375		
Totales	-9.0916	1.000000		

* Es el valor singular más grande (19.3163).

Tabla 3.1.5: Valores singulares obtenidos para el género masculino

Nº	Valores singulares	Cuadrados de los valores singulares	Nº	Valores singulares	Cuadrados de los valores singulares
1	19.3163	373.119446	21	0.7496	0.561900
2	3.1499	9.921870	22	0.7012	0.491681
3	1.9706	3.883264	23	0.6726	0.452391
4	1.8999	3.609620	24	0.6612	0.437185
5	1.7603	3.098656	25	0.6413	0.411266
6	1.7308	2.995669	26	0.5933	0.352005
7	1.6848	2.838551	27	0.5603	0.313936
8	1.5296	2.339676	28	0.5095	0.259590
9	1.4224	2.023222	29	0.5035	0.253512
10	1.3702	1.877448	30	0.4668	0.217902
11	1.2748	1.625115	31	0.4426	0.195895
12	1.1404	1.300512	32	0.4056	0.164511
13	1.0918	1.192027	33	0.3919	0.153586
14	1.0568	1.116826	34	0.3842	0.147610
15	0.9902	0.980496	35	0.3263	0.106472
16	0.9756	0.951795	36	0.3172	0.100616
17	0.9136	0.834665	37	0.3047	0.092842
18	0.8721	0.760558	38	0.2825	0.079806
19	0.8253	0.681120	39	0.2521	0.063554
20	0.7955	0.632820	40	0	0
				Suma	420.639619

En la tabla 3.1.5 se muestran los valores singulares y los cuadrados de los valores singulares (autovalores). Luego, la variación explicada por el modelo de Lee-Carter a partir de la primera componente resulta al dividir el primer autovalor entre la suma de los autovalores; es decir:

Variación explicada = $\frac{373.119446}{420.639619} = 0.887029$. Este valor es el mismo que el obtenido con el lenguaje R.

Para interpretar la variación explicada (ver sección 3.4), recordar que el modelo:

$$\ln(m_{xt}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{xt},$$

se puede expresar como:

$$s_1 \cdot u_{x1} \cdot v_{1t}^t + \sum_{i=2}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t = b_x k_t + \varepsilon_{xt},$$

dado que el porcentaje de la varianza total explicada por el modelo a partir de la primera componente es del 88.7% aproximadamente.

Los autores (Lee Ronald y Lawrence Carter) proponen utilizar el primer término de la sumatoria que corresponde a la primera componente para estimar los parámetros b_x y k_t , es decir:

$$b_x k_t = s_1 \cdot u_{x1} \cdot v_{1t}^t \quad y \quad \sum_{i=2}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t = \varepsilon_{xt}.$$

Cabe indicar que los valores del parámetro k_t obtenidos con el lenguaje R son los valores ajustados y no los que se obtienen en un primer momento al aplicar el método de descomposición por valores singulares a la matriz Z_{xt} .

Con el objetivo de comprender cómo se realiza el ajuste se utilizó el programa Matlab, se calcularon las primeras estimaciones de los patrones de mortalidad a través del tiempo k_t , y luego fueron ajustados mediante el procedimiento iterativo propuesto por Steven Haberman y Maria Rusolillo (2005) teniendo en cuenta el número de fallecimientos observados en cada año (ver sección 2.3).

Tabla 3.1.6: Valores ajustados de los k_t obtenidos para el género masculino

Año	Fallecimientos observados	k_t calculados	Fallecimientos estimados con k_t calculados	k_t ajustados	Fallecimientos estimados con k_t ajustados
1970	62819.97	44.852345	62236.32	45.686599	62819.17
1971	61062.91	42.077611	62060.86	40.624250	61063.68
1972	61105.98	38.723344	61250.36	38.512302	61106.74
1973	61571.96	37.933072	61897.19	37.460047	61572.85
1974	64282.00	39.531178	64173.04	39.682582	64281.16
1975	60716.01	34.210011	61654.15	32.824506	60716.79
1976	62510.96	32.664590	61810.35	33.683725	62510.03
1977	60296.97	31.136730	62026.44	28.567638	60297.94
1978	60262.08	26.395096	60223.63	26.452109	60261.23
1979	59241.08	23.602800	59829.26	22.697633	59242.01
1980	60499.94	23.111075	61020.69	22.323912	60500.88
1981	60670.05	20.371464	60825.81	20.135970	60671.00
1982	63275.03	22.794966	64164.94	21.506139	63275.98
1983	60422.03	14.541011	60373.78	14.614007	60421.09
1984	59962.97	9.219844	58758.25	11.121898	59961.99
1985	64125.01	13.908793	63583.44	14.701455	64124.03
1986	62164.97	9.254967	62299.96	9.051913	62165.97
1987	63571.04	6.831465	62565.98	8.340057	63570.06
1988	65041.00	6.550480	64255.23	7.704740	65040.04
1989	66885.02	3.793307	64238.45	7.644690	66884.04
1990	64625.00	0.351232	63771.73	1.627518	64624.00
1991	64003.07	-5.250921	62025.03	-2.207435	64002.07
1992	66070.97	-6.058755	63368.11	-1.990240	66069.97
1993	65044.95	-9.184721	63195.78	-6.353990	65044.00
1994	67409.99	-9.957431	64522.02	-5.643175	67409.00
1995	66203.03	-12.714604	64626.04	-10.322224	66202.04
1996	68148.00	-11.959455	67114.90	-10.439408	68147.01
1997	67687.98	-14.857120	67206.59	-14.142938	67687.06
1998	67020.98	-17.877716	67356.81	-18.381152	67021.87
1999	67173.02	-22.057379	66847.72	-21.564617	67172.16
2000	66769.01	-25.077975	67175.98	-25.699909	66769.94
2001	66790.04	-28.309311	67418.38	-29.276357	66791.02
2002	68867.96	-29.363007	69000.65	-29.561795	68868.85
2003	68277.06	-33.525108	68484.29	-33.841585	68278.01
2004	68302.97	-36.703759	68728.63	-37.360022	68303.81
2005	67157.96	-40.672683	68599.61	-42.945473	67158.90
2006	68456.08	-43.675717	69184.31	-44.817837	68456.84
2007	70456.02	-43.974265	71570.37	-45.679587	70456.85
2008	73389.00	-44.465990	73807.54	-45.086291	73389.90
2009	72150.50	-46.187027	75361.05	-50.995558	72151.34

La tabla 3.1.6 muestra los k_t ajustados para cada año, teniendo en cuenta el número de fallecimientos observados entre los años 1970 y 2009. Estos resultados se obtuvieron utilizando el motor de base de datos SQL Server y el tiempo total del proceso fue de 3 horas con 20 minutos aproximadamente en una computadora de escritorio.

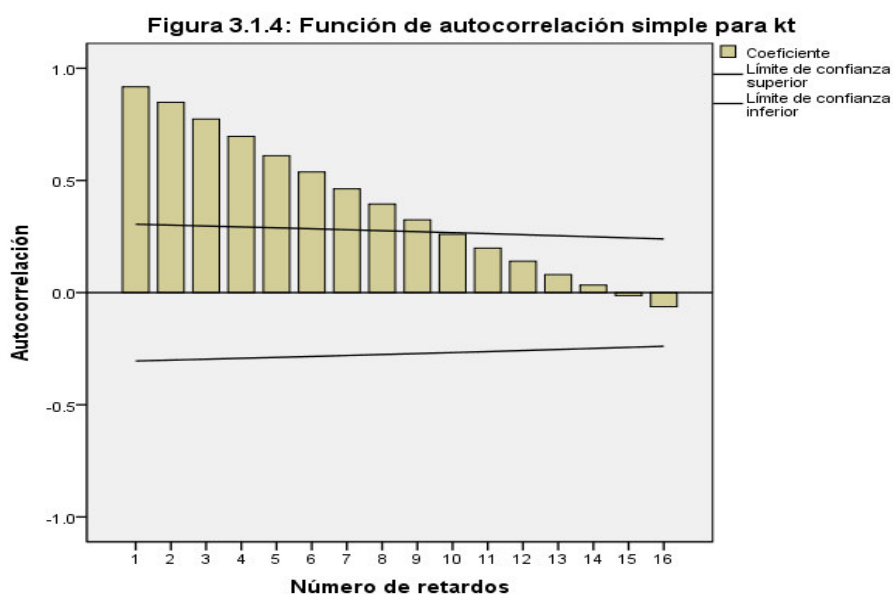
Se observa que en el año 1970, fallecieron 62819.97 personas. Con el valor calculado de k_t para ese año, $k'_1 = 44.852345$, el valor estimado para el número de personas que fallecieron en ese año es 62236.32, mientras que con el valor ajustado $k_1 = 45.686599$, el valor estimado para el número de personas que fallecieron en ese año es 62819.17. Con lo que, es claro que la estimación mejora luego de realizar el ajuste.

Las diferencias entre el número de fallecimientos observados y el número de fallecimientos estimados con los k_t ajustados para cada año se encuentran en el intervalo $[-1, 1]$.

Comparando los valores de los k_t ajustados (Tabla 3.1.6) con los obtenidos con el lenguaje R (Tabla 3.1.3), se observa que son muy parecidos.

Con los k_t ajustados se ajusta un modelo para estos índices de mortalidad; de tal manera, que se puedan realizar predicciones.

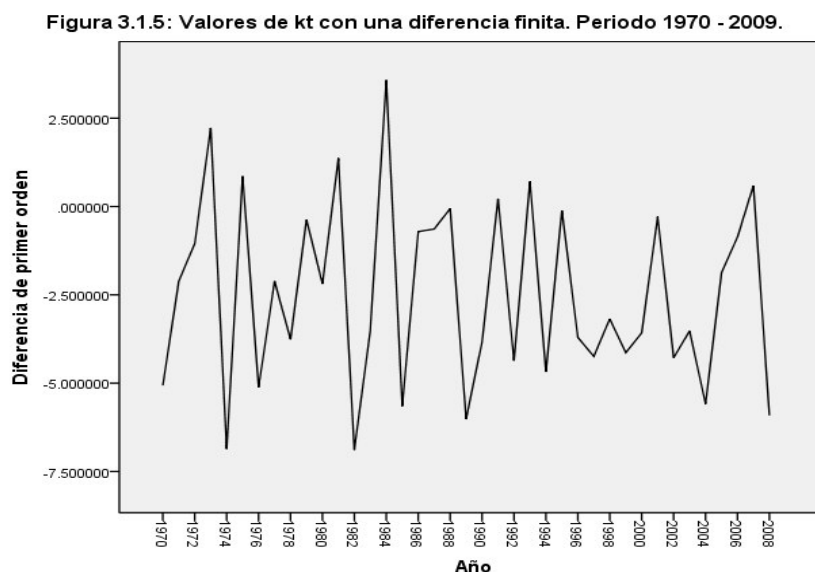
La función de autocorrelación simple de la serie representada por los k_t ajustados se presenta a continuación:



La figura 3.1.4 corresponde a la función de autocorrelación simple (FAS) de la serie representada por los k_t ajustados. En esta se observa que las autocorrelaciones decrecen lentamente, lo que indica que la serie es no estacionaria en media.

Después de transformar la serie, mediante la primera diferencia finita, la no estacionariedad en media se elimina.

La figura 3.1.5, muestra este resultado:



Por lo que, se puede concluir que la serie es integrada de orden uno. Además, teniendo en cuenta el decrecimiento lineal de la serie k_t , en la estimación del modelo se considera un término constante (deriva) en su formulación.

Teniendo en cuenta que uno de los objetivos en esta tesis es utilizar el paquete demography del lenguaje R en la aplicación y que la función Forecast.Ica realiza las proyecciones utilizando el modelo de paseo aleatorio, entonces se validará este modelo y en caso de satisfacer las hipótesis correspondientes será utilizado para la construcción de tablas mortalidad mediante la función Lifetable.

Utilizando el programa SPSS se obtiene dicho modelo y es el que se presenta a continuación:

$$k_t = -2.48 + k_{t-1} + u_t$$

Cabe indicar que este modelo se ha obtenido a partir de la serie sin diferenciar, es decir se ha ajustado un modelo paseo aleatorio con deriva.

La prueba de hipótesis indica que la constante del modelo es significativamente diferente de cero ($p < 0.000$). Una vez ajustado el modelo se verifica que los residuos no están autocorrelacionados y no se puede rechazar la hipótesis de que los residuos se distribuyen como una normal.

Teniendo en cuenta los resultados, se puede considerar que los residuos se comportan como un proceso ruido blanco, por lo tanto queda validado el modelo. Esto no implica que no se puedan utilizar otros modelos para realizar las proyecciones, pero para cumplir con el objetivo mencionado, entonces se trabaja con el modelo de paseo aleatorio.

Como lo señalan Gary King y Federico Girosi (2007) el modelo de paseo aleatorio con deriva ha sido utilizado casi de manera exclusiva.

La función Forecast.Ica del lenguaje R realiza las proyecciones de los valores ajustados de los k_t mediante el modelo de paseo aleatorio con deriva, luego estas proyecciones son utilizadas por la función Lifetable para construir las tablas de mortalidad.

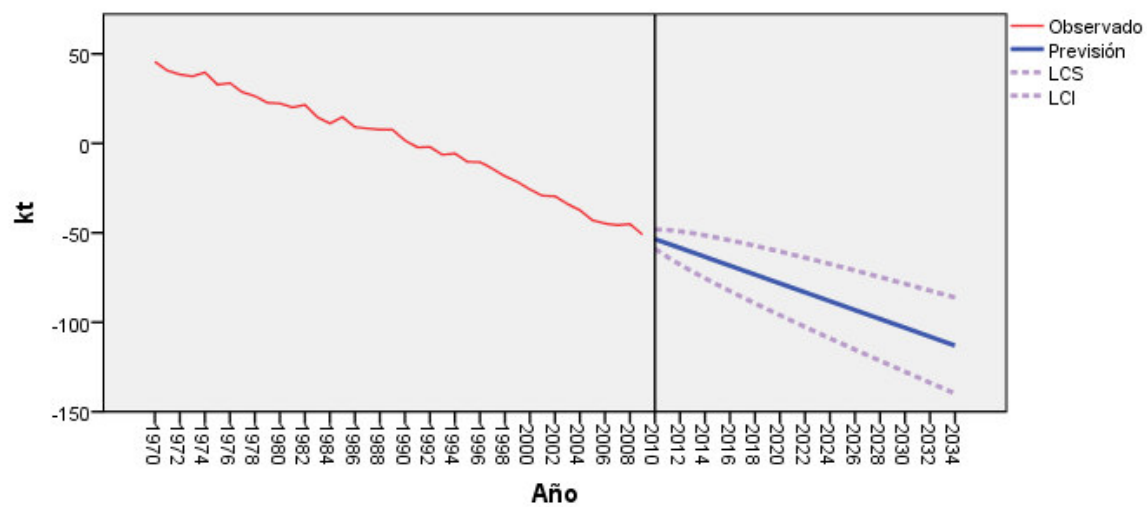
Las proyecciones obtenidas se presentan a continuación:

Tabla 3.1.7: Proyecciones del patrón de mortalidad (k_t) obtenidos para el género masculino

Años	Proyecciones k_t	Li 95	Ls 95
2010	-53.497405	-48.132111	-58.862699
2011	-55.977072	-48.389401	-63.564744
2012	-58.456739	-49.163778	-67.749701
2013	-60.936407	-50.205819	-71.666994
2014	-63.416074	-51.418912	-75.413236
2015	-65.895741	-52.753509	-79.037973
2016	-68.375408	-54.180175	-82.570641
2017	-70.855075	-55.679732	-86.030418
2018	-73.334742	-57.238861	-89.430624
2019	-75.814410	-58.847860	-92.780959
2020	-78.294077	-60.499410	-96.088743
2021	-80.773744	-62.187821	-99.359667
2022	-83.253411	-63.908569	-102.598253
2023	-85.733078	-65.657987	-105.808170
2024	-88.212745	-67.433051	-108.992439
2025	-90.692412	-69.231237	-112.153588
2026	-93.172080	-71.050406	-115.293753
2027	-95.651747	-72.888733	-118.414761
2028	-98.131414	-74.744640	-121.518188
2029	-100.611081	-76.616757	-124.605405
2030	-103.090748	-78.503883	-127.677614
2031	-105.570415	-80.404956	-130.735875
2032	-108.050083	-82.319037	-133.781128
2033	-110.529750	-84.245285	-136.814215
2034	-113.009417	-86.182947	-139.835886

La tabla 3.1.7 muestra las proyecciones de los k_t con límites de confianza del 95% utilizando el modelo anterior ($k_t = -2.48 + k_{t-1} + u_t$) y la figura 3.1.6 muestra los k_t ajustados junto con las proyecciones considerando los límites de confianza.

Figura 3.1.6: Proyecciones de los kt con el modelo paseo aleatorio con deriva



Las tablas de mortalidad para el género masculino desde el año 2013 hasta el 2020 se muestran en el anexo B.

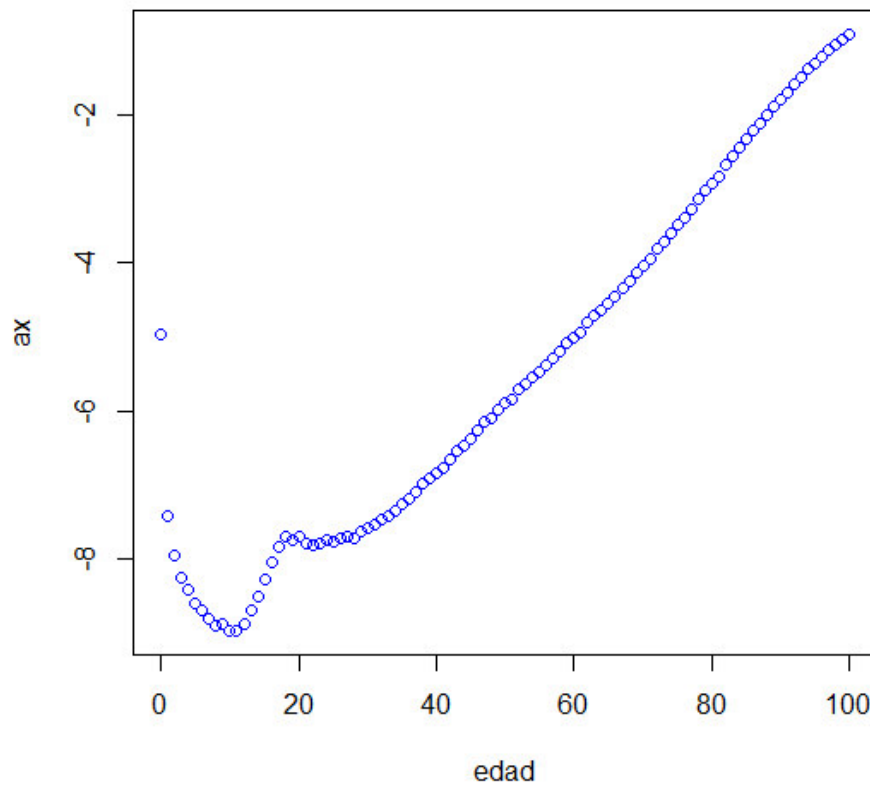
3.2 Resultados obtenidos para el género femenino

Los valores de los parámetros a_x , b_x y k_t obtenidos para el género femenino con las funciones del paquete demography del programa R son:

Tabla 3.2.1: Patrón de mortalidad promedio a la edad x obtenido para el género femenino - a_x

Edad	a_x	Edad	a_x	Edad	a_x
0	-4.960265	34	-7.349649	68	-4.247689
1	-7.412910	35	-7.268322	69	-4.133062
2	-7.960798	36	-7.180788	70	-4.036289
3	-8.253383	37	-7.104874	71	-3.949199
4	-8.425689	38	-6.991804	72	-3.811906
5	-8.597062	39	-6.904793	73	-3.712053
6	-8.689130	40	-6.844379	74	-3.594288
7	-8.806760	41	-6.763112	75	-3.486366
8	-8.907456	42	-6.656683	76	-3.377693
9	-8.879064	43	-6.544299	77	-3.278648
10	-8.968807	44	-6.474583	78	-3.140758
11	-8.970075	45	-6.374244	79	-3.020156
12	-8.894934	46	-6.266766	80	-2.913835
13	-8.695435	47	-6.154039	81	-2.820656
14	-8.511460	48	-6.094881	82	-2.676598
15	-8.292830	49	-5.985428	83	-2.555125
16	-8.039515	50	-5.889090	84	-2.426912
17	-7.844239	51	-5.839466	85	-2.320860
18	-7.706827	52	-5.704825	86	-2.194176
19	-7.755423	53	-5.630966	87	-2.099906
20	-7.693783	54	-5.552990	88	-2.005532
21	-7.792524	55	-5.477059	89	-1.881805
22	-7.811488	56	-5.380962	90	-1.789555
23	-7.783731	57	-5.280675	91	-1.689131
24	-7.743924	58	-5.191839	92	-1.569678
25	-7.768044	59	-5.085400	93	-1.476547
26	-7.714116	60	-5.005646	94	-1.376693
27	-7.705455	61	-4.944627	95	-1.291205
28	-7.732110	62	-4.810275	96	-1.194397
29	-7.626591	63	-4.715522	97	-1.103732
30	-7.593753	64	-4.636538	98	-1.037041
31	-7.528573	65	-4.550775	99	-0.965812
32	-7.468597	66	-4.457521	100	-0.906767
33	-7.421162	67	-4.341604		

Figura 3.2.1: Patrón de mortalidad promedio a la edad x

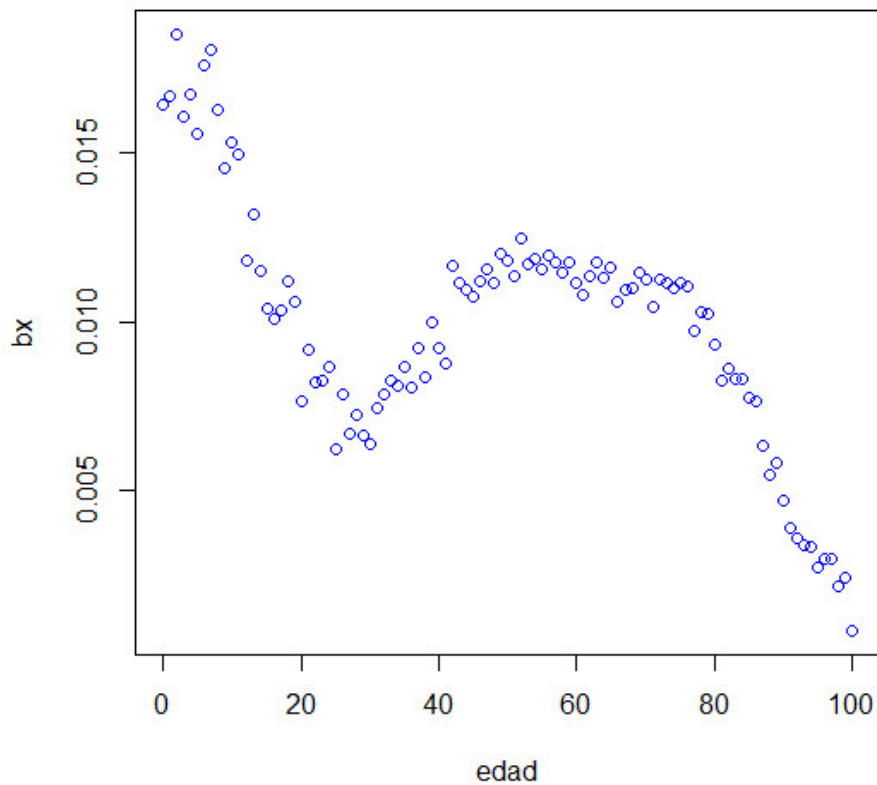


La figura 3.2.1 muestra el patrón promedio de mortalidad en las diferentes edades. En la misma se observa que la mortalidad es alta en el primer año, luego desciende en forma rápida, es relativamente baja entre los 5 y 12 años, luego aumenta hasta llegar a los 20 años para luego mantenerse estable hasta los 30 años aproximadamente y luego aumenta y alcanza niveles elevados en las últimas edades.

Tabla 3.2.2: Variación de la mortalidad a la edad x obtenido para el género femenino - b_x

Edad	b_x	Edad	b_x	Edad	b_x
0	0.016452	34	0.008137	68	0.011016
1	0.016699	35	0.008649	69	0.011473
2	0.018501	36	0.008069	70	0.011255
3	0.016092	37	0.009208	71	0.010428
4	0.016737	38	0.008382	72	0.011245
5	0.01558	39	0.010004	73	0.011180
6	0.017578	40	0.009206	74	0.011002
7	0.018026	41	0.008792	75	0.011179
8	0.016266	42	0.011663	76	0.011030
9	0.014553	43	0.011170	77	0.009716
10	0.015290	44	0.010943	78	0.010288
11	0.014983	45	0.010748	79	0.010248
12	0.011824	46	0.011192	80	0.009333
13	0.013207	47	0.011559	81	0.008250
14	0.011488	48	0.011144	82	0.008638
15	0.010419	49	0.012005	83	0.008308
16	0.010110	50	0.011805	84	0.008322
17	0.010324	51	0.011342	85	0.007780
18	0.011193	52	0.012474	86	0.007671
19	0.010612	53	0.011698	87	0.006361
20	0.007674	54	0.011847	88	0.005493
21	0.009174	55	0.011543	89	0.005837
22	0.008197	56	0.011952	90	0.004722
23	0.008256	57	0.011746	91	0.003919
24	0.008678	58	0.011450	92	0.003624
25	0.006229	59	0.011777	93	0.003420
26	0.007839	60	0.011151	94	0.003364
27	0.006690	61	0.010813	95	0.002743
28	0.007238	62	0.011347	96	0.003008
29	0.006631	63	0.011786	97	0.002990
30	0.006365	64	0.011326	98	0.002202
31	0.007461	65	0.011607	99	0.002453
32	0.007881	66	0.010597	100	0.000881
33	0.008271	67	0.010971		

Figura 3.2.2: Variación de la mortalidad a la edad x

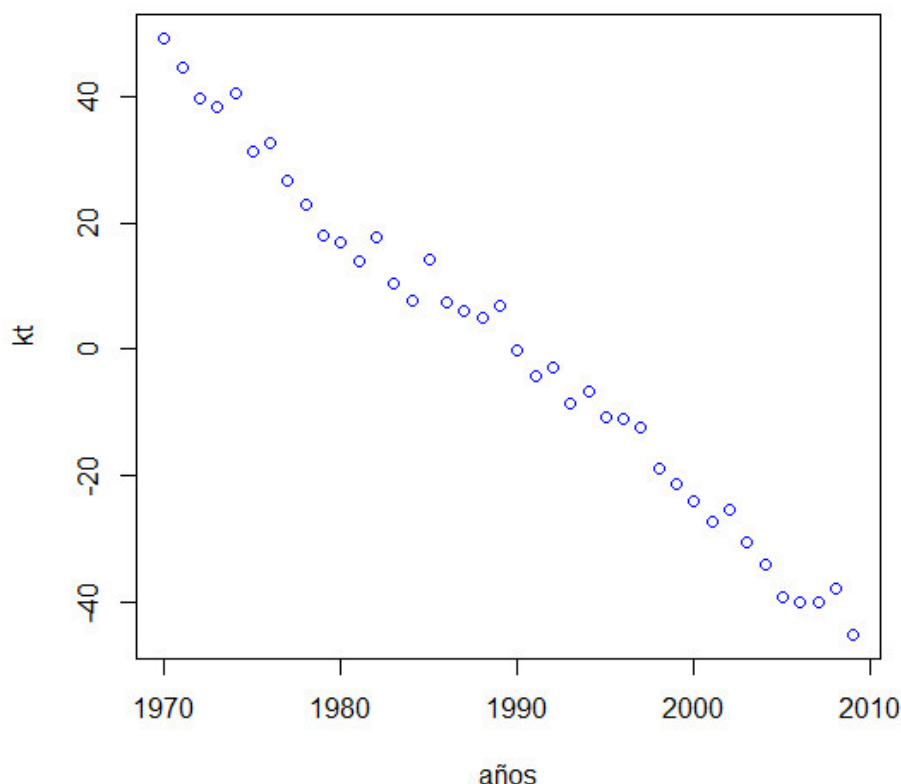


La figura 3.2.2 describe la variación de la mortalidad a la edad x , en respuesta a cambios en k_t . Se observa que en los primeros años este valor es más grande, a los 10 años disminuye hasta los 30 años aproximadamente, crece nuevamente hasta los 50 años, permaneciendo constante hasta los 70 años aproximadamente y tiende a decrecer hasta llegar a los 100 años.

Tabla 3.2.3: Patrón de la mortalidad a lo largo del tiempo t obtenido para el género femenino - k_t

Año	k_t	Año	k_t
1970	49.163937	1990	-0.116186
1971	44.627615	1991	-4.366148
1972	39.684350	1992	-2.882237
1973	38.279575	1993	-8.543477
1974	40.599553	1994	-6.662726
1975	31.335863	1995	-10.767509
1976	32.686798	1996	-11.078309
1977	26.579230	1997	-12.497028
1978	22.947370	1998	-18.992566
1979	18.066878	1999	-21.292616
1980	16.909085	2000	-24.035808
1981	13.974930	2001	-27.441797
1982	17.645064	2002	-25.318257
1983	10.504928	2003	-30.492851
1984	7.552348	2004	-33.988796
1985	14.268195	2005	-39.266186
1986	7.331575	2006	-40.119628
1987	6.007183	2007	-40.020040
1988	4.907485	2008	-37.86337
1989	6.787540	2009	-45.161499

Figura 3.2.3: Patrón de mortalidad a lo largo del tiempo t



La figura 3.2.3 muestra el patrón de la mortalidad a través del tiempo, cuya tendencia es lineal y decreciente. Al igual que el género masculino, este patrón no es estacionario en media ya que su nivel varía a través del tiempo. Por lo que, se presupone un decrecimiento lineal.

Con la finalidad de comprender mejor como funciona el método de Lee-Carter se presentarán los valores singulares de la matriz Z_{xt} , el proceso de estandarización del parámetro b_x y con esto, los valores de la primera aproximación del parámetro k_t . Finalmente, se presentará el proceso de ajuste y las proyecciones del parámetro k_t .

Cabe indicar que se utilizó el programa Matlab para obtener la descomposición por valores singulares de la matriz Z_{xt} . A partir de esta descomposición, se obtuvieron los valores singulares de esta matriz y con esto se calculó la variación explicada por el modelo de Lee-Carter. Seguido, luego de un proceso de estandarización, se obtuvo el parámetro b_x y una primera aproximación del parámetro k_t . El proceso de estandarización se realizó para que la suma de los elementos del parámetro b_x sea igual a uno.

La hoja de cálculo Excel se utilizó para realizar el proceso de estandarización del parámetro b_x . Con esto, se obtuvieron los valores de este parámetro y una primera aproximación del parámetro k_t .

El desarrollador de base de datos SQL Server se utilizó para reestimar los valores del parámetro k_t mediante el procedimiento iterativo descrito en la sección 2.4 y el programa SPSS se utilizó para realizar las proyecciones del parámetro k_t . Cabe recordar, que se reestiman los valores del parámetro k_t

para que el número de fallecimientos observados sea igual al número de fallecimientos estimados en el año t.

Finalmente, cabe indicar que para obtener el parámetro a_x y la matriz $Z_{xt} = \ln(m_{xt}) - a_x$ (descrita en el segundo capítulo) se utilizó la hoja de cálculo Excel.

Los resultados se presentan a continuación:

Tabla 3.2.4: Proceso de estandarización del parámetro b_x y una primera aproximación del parámetro k_t obtenido para el género femenino

Nº	$b'_x = b_x$ sin estandarizar	b_x estandarizado = $(b'_x / -9.441907)$	$k'_t = k_t$ antes de estandarizar b_x	Primera aproximación de $k_t = (17.608867^*)(-9.441907)(K'_t)$
1	-0.155341	0.016452	-0.298983	49.709298
2	-0.157669	0.016699	-0.267769	44.519640
3	-0.174682	0.018501	-0.245740	40.856997
4	-0.151939	0.016092	-0.233175	38.767946
5	-0.158026	0.016737	-0.242523	40.322210
6	-0.147119	0.015581	-0.197814	32.888818
7	-0.165971	0.017578	-0.186097	30.940796
...
40	-0.094455	0.010004	0.2475646	-41.160417
...		
100	-0.008314	0.000881		
Totales	-9.441907	1.000000		

* Es el valor singular más grande (17.608867).

Tabla 3.2.5: Valores singulares obtenidos para el género femenino

Nº	Valores singulares	Cuadrados de los valores singulares	Nº	Valores singulares	Cuadrados de los valores singulares
1	17.608867	310.072191	21	0.842169	0.709249
2	2.738501	7.499388	22	0.821792	0.675343
3	2.399493	5.757568	23	0.800707	0.641132
4	2.260326	5.109075	24	0.777601	0.604664
5	2.154852	4.643387	25	0.754646	0.569491
6	2.011048	4.044314	26	0.732565	0.536652
7	1.928395	3.718707	27	0.663165	0.439788
8	1.870817	3.499955	28	0.616088	0.379565
9	1.659309	2.753305	29	0.585200	0.342458
10	1.551757	2.407949	30	0.562575	0.316491
11	1.423153	2.025364	31	0.558560	0.311989
12	1.337019	1.787621	32	0.529872	0.280764
13	1.203191	1.447668	33	0.477138	0.227660
14	1.135466	1.289283	34	0.469504	0.220434
15	1.122292	1.259539	35	0.432364	0.186939
16	1.096824	1.203024	36	0.390994	0.152876
17	1.043729	1.089369	37	0.343091	0.117711
18	0.955433	0.912852	38	0.313868	0.098513
19	0.891998	0.795660	39	0.271113	0.073502
20	0.887692	0.787997	40	0.000000	0.000000
				Suma	368.989438

En la tabla 3.2.5 se muestran los valores singulares y los cuadrados de los valores singulares (autovalores). Luego, la variación explicada por el modelo de Lee-Carter a partir de la primera componente resulta al dividir el primer autovalor entre la suma de los autovalores, es decir:

Variación explicada = $\frac{310.072191}{368.989438} = 0.840328$. Este valor es el mismo que el obtenido con el lenguaje R.

Para interpretar la variación explicada (ver sección 3.4), recordar que el modelo:

$$\ln(m_{xt}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{xt},$$

se puede expresar de la siguiente manera:

$$s_1 \cdot u_{x1} \cdot v_{1t}^t + \sum_{i=2}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t = b_x k_t + \varepsilon_{xt},$$

dado que el porcentaje de la varianza total explicada por el modelo a partir de la primera componente es del 84.03% aproximadamente.

Los autores (Lee Ronald y Lawrence Carter) proponen utilizar el primer término de la sumatoria que corresponde a la primera componente para estimar los parámetros b_x y k_t , es decir:

$$b_x k_t = s_1 \cdot u_{x1} \cdot v_{1t}^t \quad y \quad \sum_{i=2}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t = \varepsilon_{xt}.$$

Cabe indicar que los valores del parámetro k_t obtenidos con el lenguaje R son los valores ajustados y no los que se obtienen en un primer momento al aplicar el método de descomposición por valores singulares a la matriz Z_{xt} .

Por lo que, con el objetivo de explicar como se realiza el ajuste se utiliza el programa Matlab; para esto, se calculan las primeras estimaciones de los patrones de mortalidad a través del tiempo k_t , y luego son ajustados mediante el procedimiento iterativo propuesto por Steven Haberman y Maria Rusolillo teniendo en cuenta el número de fallecimientos observados en cada año (ver sección 2.3).

Tabla 3.2.6: Valores ajustados de los k_t obtenidos para el género femenino

Año	Fallecimientos observados	K_t calculados	Fallecimientos estimados con los k_t calculados	k_t ajustados	Fallecimientos estimados con los k_t ajustados
1970	50175.93	49.709298	50448.91	49.165478	50176.79
1971	49520.99	44.519640	49468.03	44.626042	49520.15
1972	48595.01	40.856997	49158.73	39.686444	48595.85
1973	49168.94	38.767946	49404.38	38.281796	49169.89
1974	51477.02	40.322210	51337.55	40.598014	51476.05
1975	48226.09	32.888818	48956.01	31.337452	48227.05
1976	50084.01	30.940796	49249.10	32.684929	50083.06
1977	48408.99	29.037670	49559.56	26.581664	48409.88
1978	48076.95	25.214547	49121.87	22.949272	48077.95
1979	47245.00	20.108134	48160.23	18.069571	47245.93
1980	48093.08	18.159205	48658.41	16.911668	48094.06
1981	48204.98	13.548148	48014.47	13.972476	48204.00
1982	51350.00	14.355878	49806.93	17.642082	51349.00
1983	49535.04	10.478365	49523.34	10.501837	49534.04
1984	49793.98	7.695699	49859.49	7.554252	49794.98
1985	54496.04	11.761497	53257.04	14.265755	54495.07
1986	52592.03	6.691084	52285.85	7.330417	52591.04
1987	53518.95	3.361232	52252.00	6.004875	53517.96
1988	54583.47	5.138040	54696.91	4.910271	54584.46
1989	57104.46	3.028100	55200.52	6.786184	57103.46
1990	55181.54	-3.060750	53746.81	-0.118176	55180.54
1991	54822.52	-5.759867	54147.96	-4.367592	54821.54
1992	57299.52	-5.687457	55894.38	-2.883598	57298.53
1993	56208.00	-8.320077	56318.28	-8.541391	56208.98
1994	58899.00	-9.641718	57384.63	-6.665512	58898.00
1995	58547.00	-9.112026	59396.42	-10.765768	58547.98
1996	60193.05	-13.328417	59033.55	-11.081113	60192.09
1997	61243.91	-13.287738	60828.28	-12.498845	61242.96
1998	59766.46	-18.653990	59939.07	-18.990508	59767.38
1999	60555.46	-19.215468	61629.90	-21.290354	60556.39
2000	61097.05	-22.737925	61766.44	-24.033532	61097.98
2001	61332.89	-29.003374	60543.26	-27.445023	61332.00
2002	64389.84	-27.693572	63137.12	-25.319679	64388.88
2003	63550.98	-29.899591	63860.56	-30.491005	63551.92
2004	63687.97	-34.234477	63561.24	-33.990728	63687.02
2005	63032.96	-37.408071	63978.90	-39.263511	63033.90
2006	64657.00	-38.223518	65640.78	-40.117876	64657.91
2007	66751.98	-39.256288	67156.66	-40.017860	66752.96
2008	69789.52	-40.898565	68137.42	-37.864300	69788.52
2009	67810.00	-41.160417	69966.28	-45.159975	67810.86

La tabla 3.2.6 muestra los k_t ajustados para cada año, teniendo en cuenta el número de fallecimientos observados entre los años 1970 y 2009. Los resultados se obtuvieron utilizando el motor de base de datos SQL Server y el tiempo total del proceso fue de 3 horas con 25 minutos aproximadamente en una computadora personal.

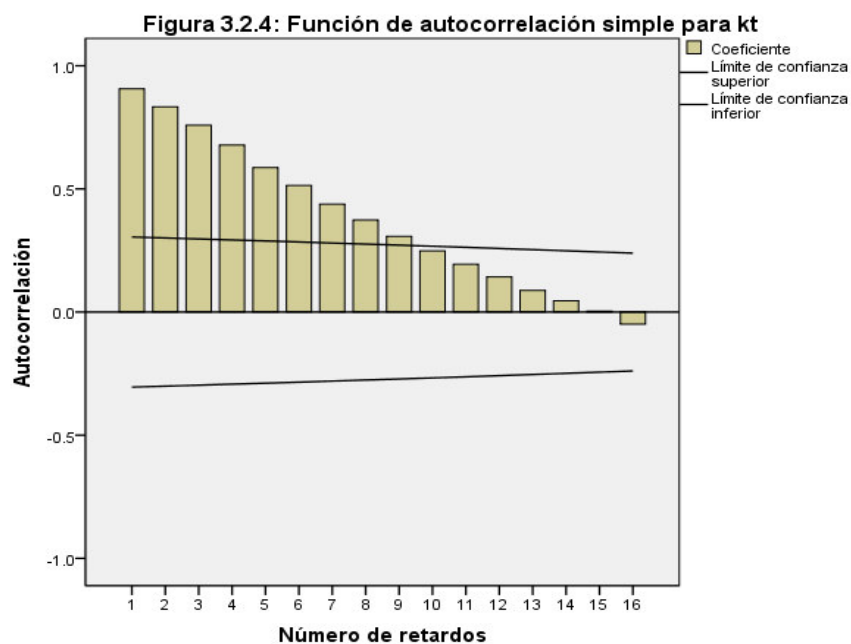
Se observa que en el año 1970, fallecieron 50175.93 personas. Con el valor calculado de k_t para ese año, $k'_1 = 49.709298$, el valor estimado para el número de personas que fallecieron en ese año es 50448.91; mientras que, con el valor ajustado $k_1 = 49.165478$, el valor estimado para el número de personas que fallecieron en ese año es 50176.79. Con lo que, es claro que la estimación mejora luego de realizar el ajuste.

Las diferencias entre el número de fallecimientos observados y el número de fallecimientos estimados con los k_t ajustados para cada año se encuentran en el intervalo de $[-1, 1]$.

Comparando los valores de los k_t ajustados (tabla 3.2.6) con los obtenidos con el lenguaje R (tabla 3.2.3), se observa que son parecidos.

Con los k_t ajustados se ajusta un modelo para estos índices de mortalidad, de tal manera, que se puedan realizar predicciones.

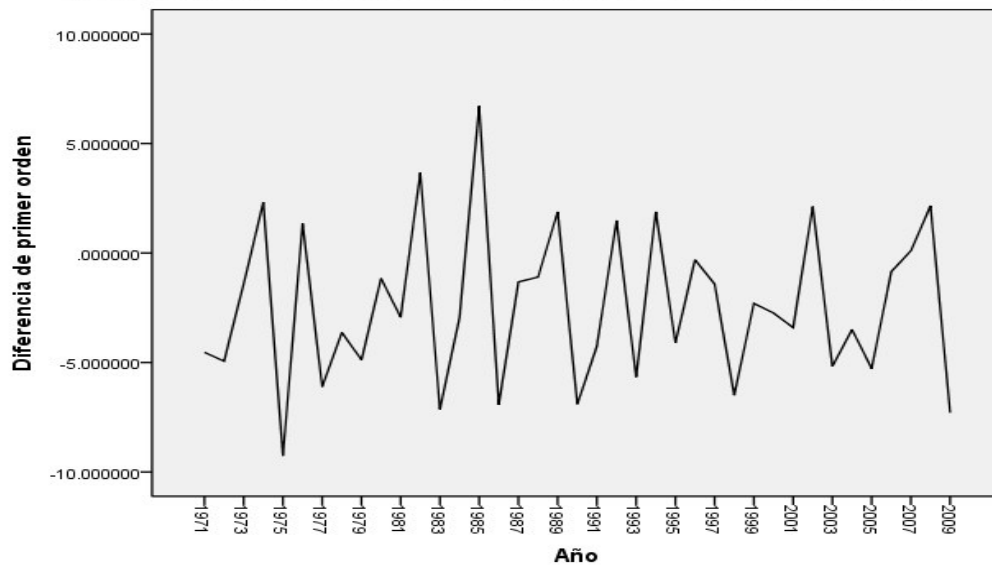
La función de autocorrelación simple de la serie representada por los k_t ajustados se presenta a continuación:



La figura 3.2.4 corresponde a la función de autocorrelación simple (FAS) de la serie representada por los k_t ajustados. En esta se observa que las autocorrelaciones decrecen lentamente, lo que indica que esta serie es no estacionaria en media.

Después de transformar la serie, mediante la primera diferencia finita, la no estacionariedad en media se elimina. La figura 3.2.5, muestra este resultado:

Figura 3.2.5: Valores de k_t con una diferencia finita. Período 1970-2009.



Por lo que, se puede concluir que la serie es integrada de orden uno. Además, teniendo en cuenta el decrecimiento lineal de la serie k_t en la estimación del modelo se considera un término constante (deriva) en su formulación. Utilizando el programa SPSS, se obtuvo dicho modelo; el cual, es presentado a continuación:

$$k_t = -2.419 + k_{t-1} + u_t$$

Cabe indicar que este modelo se ha obtenido a partir de la serie sin diferenciar, es decir se ha ajustado un modelo paseo aleatorio con deriva.

La prueba de hipótesis indica que la constante del modelo es significativamente diferente de cero ($p < 0.000$). Una vez ajustado el modelo se verifica que los residuos no están autocorrelacionados y no se puede rechazar la hipótesis de que los residuos se distribuyen como una normal.

Teniendo en cuenta los resultados, se puede considerar que los residuos se comportan como un proceso ruido blanco, por lo tanto queda validado el modelo. Entonces, así como en el caso del género masculino, se utiliza el modelo de paseo aleatorio para realizar las proyecciones.

La función `Forecast.lca` del lenguaje R realiza las proyecciones de los valores ajustados de los k_t mediante el modelo de paseo aleatorio con deriva, luego estas proyecciones son utilizadas por la función `Lifetable` para construir las tablas de mortalidad.

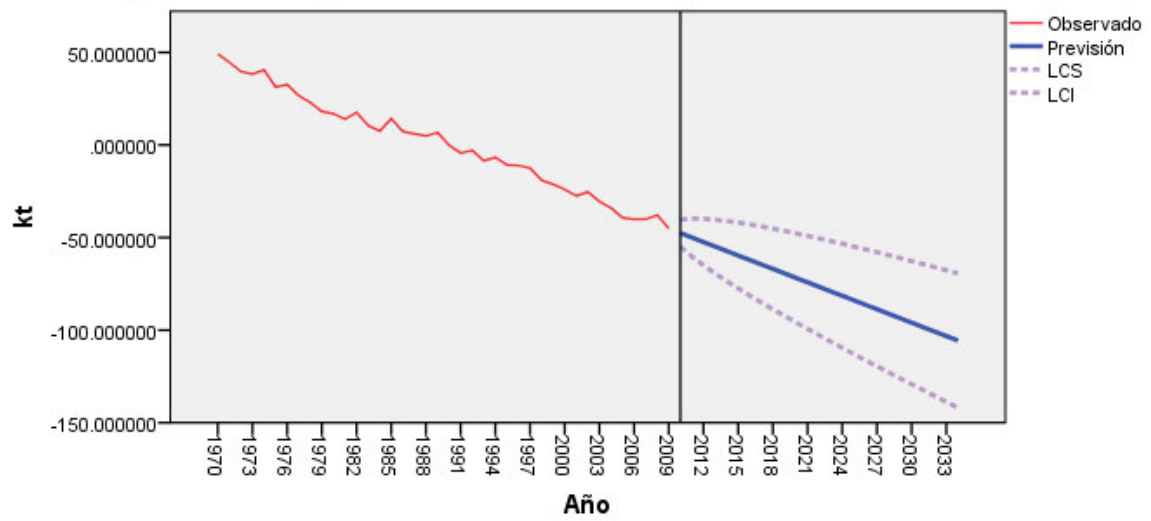
Las proyecciones obtenidas con el programa SPSS se presentan a continuación:

Tabla 3.2.7: Proyecciones del patrón de mortalidad (k_t) obtenidos para el género femenino

Años	Proyecciones k_t	Li 95	Ls 95
2010	-47.580099	-40.324664	-54.835535
2011	-49.998700	-39.737965	-60.259436
2012	-52.417301	-39.850518	-64.984084
2013	-54.835902	-40.325031	-69.346773
2014	-57.254503	-41.030856	-73.478150
2015	-59.673104	-41.900989	-77.445219
2016	-62.091704	-42.895626	-81.287783
2017	-64.510305	-43.988835	-85.031776
2018	-66.928906	-45.162599	-88.695213
2019	-69.347507	-46.403805	-92.291209
2020	-71.766108	-47.702550	-95.829665
2021	-74.184709	-49.051143	-99.318275
2022	-76.603310	-50.443465	-102.763154
2023	-79.021910	-51.874556	-106.169264
2024	-81.440511	-53.340330	-109.540692
2025	-83.859112	-54.837370	-112.880854
2026	-86.277713	-56.362786	-116.192640
2027	-88.696314	-57.914108	-119.478520
2028	-91.114915	-59.489204	-122.740625
2029	-93.533515	-61.086221	-125.980810
2030	-95.952116	-62.703534	-129.200699
2031	-98.370717	-64.339708	-132.401727
2032	-100.789318	-65.993471	-135.585165
2033	-103.207919	-67.663689	-138.752149
2034	-105.626520	-69.349342	-141.903698

La tabla 3.2.7 muestra las proyecciones de los k_t con límites de confianza del 95% utilizando el modelo anterior ($k_t = -2.419 + k_{t-1} + u_t$) y la figura 3.2.6 muestra los k_t ajustados junto con los proyectados considerando los límites de confianza.

Figura 3.2.6: Proyección de los kt utilizando paseo aleatorio con deriva



Las tablas de mortalidad para el género femenino desde el año 2013 hasta el 2020 se muestran en el anexo C.

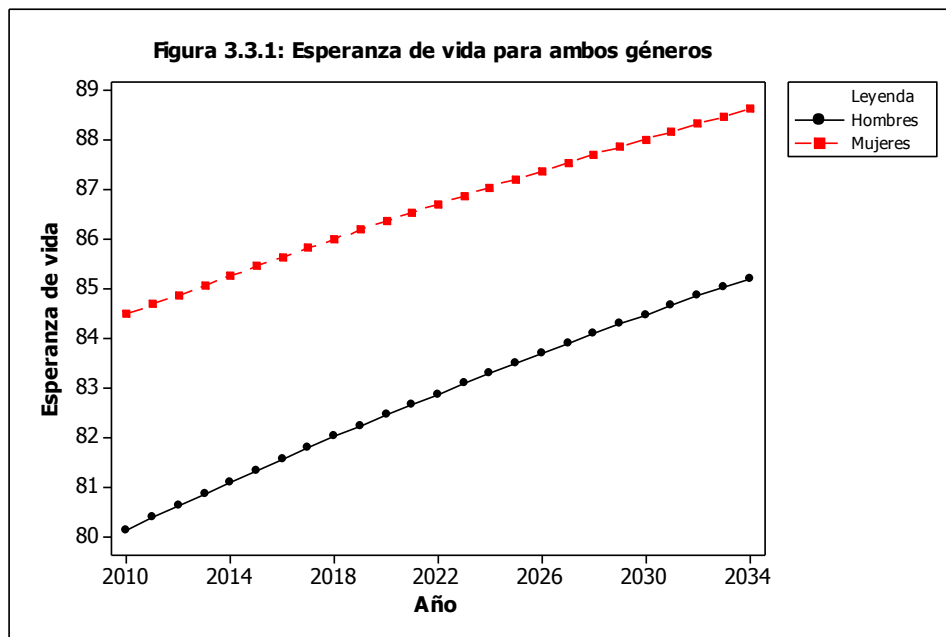
3.3 Esperanza de vida al nacer

A partir de las tablas de mortalidad construidas con la función Lifetable del lenguaje R se obtiene la esperanza de vida al nacer para las diferentes edades.

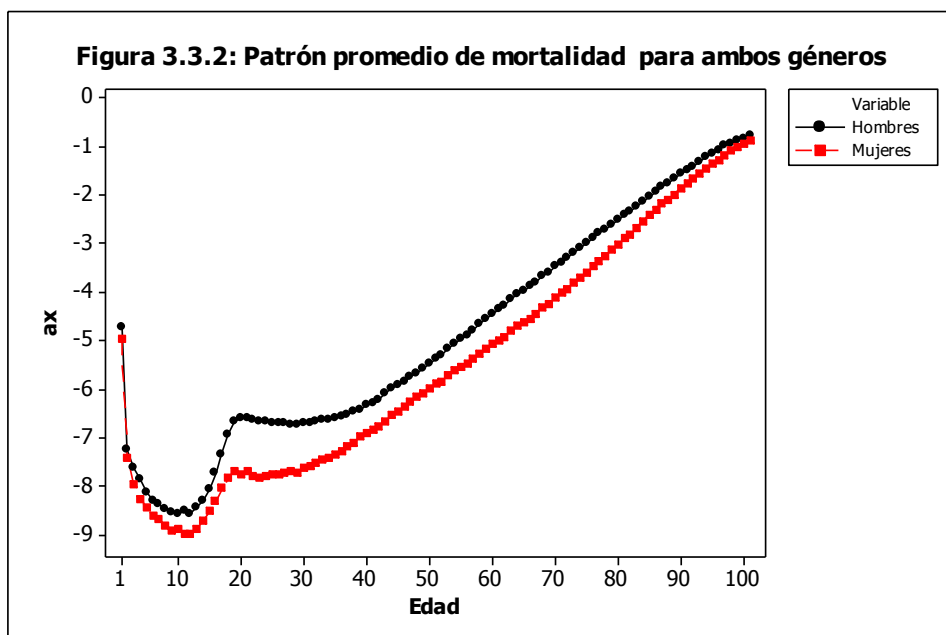
A continuación, se presentan las proyecciones de la esperanza de vida al nacer para ambos géneros. Esta es considerada el mejor indicador del nivel general de la mortalidad de una población:

Tabla 3.3.1: Proyecciones de la esperanza de vida al nacer

Años	Hombres	Mujeres
2010	80.118701	84.476900
2011	80.364532	84.675480
2012	80.607239	84.871640
2013	80.846845	85.065400
2014	81.083372	85.256790
2015	81.316842	85.445820
2016	81.547278	85.632530
2017	81.774707	85.816930
2018	81.999151	85.999040
2019	82.220638	86.178910
2020	82.439192	86.356530
2021	82.654842	86.531950
2022	82.867613	86.705190
2023	83.077534	86.876260
2024	83.284633	87.045200
2025	83.488938	87.212020
2026	83.690478	87.376750
2027	83.889282	87.539420
2028	84.085380	87.700050
2029	84.278801	87.858660
2030	84.469575	88.015280
2031	84.657733	88.169930
2032	84.843304	88.322640
2033	85.026319	88.473430
2034	85.206809	88.622320



En la figura 3.3.1 se observa que la esperanza de vida del género femenino es mayor que la esperanza de vida del género masculino. Además, en la figura 3.3.2 (construida a partir de las tablas (3.1.1) y (3.2.1)) se observa que el patrón promedio de mortalidad es más alto para el género masculino que para el femenino. Este hecho, explica el comportamiento mostrado en la figura anterior.



3.4 Aplicaciones actuariales

Las siguientes aplicaciones se desarrollan teniendo como base la tabla de mortalidad masculina generada para el año 2013.

La tabla 3.4.1 muestra la tabla actuarial construida para el año 2013 considerando las edades desde los 18 hasta los 55 años. Esta tabla presenta las columnas propias de una tabla de mortalidad y las columnas propias para cálculos actuariales.

Las columnas para cálculos actuariales consideradas en este trabajo corresponden a: las rentas vitalicias postpagables y prepagables, las rentas temporales postpagables y prepagables, al seguro de capital diferido para caso de vida y al seguro de muerte a vida entera que fueron definidas en la sección 2.3 (Aplicaciones en el análisis actuarial).

El tipo de interés utilizado en todos los cálculos es del 2% y para el cálculo de las rentas temporales se considera un período de 5 años.

Cabe indicar que el período y el tipo de interés se han obtenido de manera arbitraria con fines aplicativos, pero teniendo en cuenta información de otros países.

Los cálculos se han hecho utilizando la hoja de cálculo Excel y el desarrollador de base de datos SQL.

Tabla 3.4.1: Tabla actuarial para el año 2013

Edad	m_x	q_x	p_x	l_x	dx	L_x	T_x	ex	A_x	\ddot{A}_x	$A_{x:n}$	$\ddot{A}_{x:n}$	${}_nE_x$	AA_x
18	0.0005	0.0005	0.9995	0.9943	0.0005	0.994	62.9242	63.2862	34.8550	35.8550	4.7049	4.8020	0.9029	0.2972
19	0.0006	0.0006	0.9994	0.9937	0.0006	0.9934	61.9302	62.3206	34.5736	35.5736	4.7047	4.8019	0.9027	0.3028
20	0.0006	0.0006	0.9994	0.9931	0.0006	0.9928	60.9368	61.3571	34.2864	35.2864	4.7043	4.8017	0.9026	0.3084
21	0.0007	0.0007	0.9993	0.9925	0.0007	0.9922	59.9439	60.3952	33.9932	34.9932	4.7036	4.8013	0.9024	0.3142
22	0.0006	0.0006	0.9994	0.9919	0.0006	0.9915	58.9517	59.4351	33.6976	34.6976	4.7027	4.8006	0.9021	0.3199
23	0.0008	0.0008	0.9992	0.9912	0.0008	0.9908	57.9602	58.4729	33.3958	34.3958	4.7020	4.8001	0.9019	0.3260
24	0.0008	0.0008	0.9992	0.9904	0.0008	0.9901	56.9693	57.5188	33.0878	34.0878	4.7017	4.7999	0.9018	0.3319
25	0.0008	0.0008	0.9992	0.9897	0.0008	0.9893	55.9793	56.5641	32.7769	33.7769	4.7007	4.7992	0.9015	0.3380
26	0.0009	0.0009	0.9991	0.9888	0.0009	0.9884	54.99	55.6105	32.4629	33.4629	4.7005	4.7991	0.9014	0.3442
27	0.0009	0.0009	0.9991	0.9879	0.0009	0.9875	54.0016	54.6611	32.1423	33.1423	4.7002	4.7989	0.9013	0.3505
28	0.0009	0.0009	0.9991	0.987	0.0009	0.9866	53.0142	53.711	31.8150	32.8150	4.6997	4.7986	0.9011	0.3569
29	0.001	0.001	0.999	0.9861	0.001	0.9856	52.0276	52.7604	31.4843	32.4843	4.6990	4.7981	0.9010	0.3635
30	0.001	0.001	0.999	0.9851	0.001	0.9846	51.042	51.8118	31.1466	32.1466	4.6988	4.7979	0.9009	0.3701
31	0.001	0.001	0.999	0.9841	0.001	0.9836	50.0573	50.865	30.8018	31.8018	4.6985	4.7977	0.9009	0.3768
32	0.0011	0.0011	0.9989	0.9831	0.0011	0.9826	49.0737	49.9173	30.4498	31.4498	4.6982	4.7974	0.9008	0.3837
33	0.0011	0.0011	0.9989	0.982	0.0011	0.9815	48.0912	48.9711	30.0936	31.0936	4.6984	4.7976	0.9008	0.3907
34	0.0011	0.0011	0.9989	0.9809	0.001	0.9804	47.1097	48.0246	29.7299	30.7299	4.6987	4.7977	0.9009	0.3978
35	0.0011	0.0011	0.9989	0.9799	0.0011	0.9794	46.1292	47.0752	29.3555	30.3555	4.6984	4.7975	0.9008	0.4052
36	0.0011	0.0011	0.9989	0.9788	0.0011	0.9783	45.1499	46.1255	28.9763	29.9763	4.6985	4.7977	0.9007	0.4126
37	0.0011	0.0011	0.9989	0.9778	0.0011	0.9772	44.1716	45.1763	28.5891	29.5891	4.6978	4.7973	0.9005	0.4202
38	0.0011	0.0011	0.9989	0.9767	0.001	0.9762	43.1943	44.2247	28.1907	29.1907	4.6975	4.7971	0.9004	0.4279
39	0.0011	0.0011	0.9989	0.9757	0.0011	0.9751	42.2181	43.2715	27.7870	28.7870	4.6964	4.7963	0.9001	0.4359
40	0.0012	0.0012	0.9988	0.9746	0.0012	0.974	41.243	42.3196	27.3747	28.3747	4.6955	4.7957	0.8998	0.4439
41	0.0013	0.0013	0.9987	0.9734	0.0012	0.9727	40.2691	41.3711	26.9595	27.9595	4.6948	4.7953	0.8995	0.4522
42	0.0012	0.0012	0.9988	0.9721	0.0012	0.9715	39.2963	40.4237	26.5327	27.5327	4.6944	4.7951	0.8993	0.4605
43	0.0014	0.0014	0.9986	0.9709	0.0013	0.9703	38.3248	39.4725	26.0968	27.0968	4.6932	4.7942	0.8989	0.4690
44	0.0014	0.0014	0.9986	0.9696	0.0014	0.9689	37.3546	38.5258	25.6572	26.6572	4.6919	4.7934	0.8984	0.4777
45	0.0015	0.0015	0.9985	0.9682	0.0015	0.9675	36.3857	37.5802	25.2082	26.2082	4.6906	4.7926	0.8980	0.4865
46	0.0016	0.0016	0.9984	0.9667	0.0015	0.9660	35.4182	36.6371	24.7523	25.7523	4.6893	4.7919	0.8975	0.4954
47	0.0017	0.0017	0.9983	0.9652	0.0016	0.9644	34.4522	35.6948	24.2893	25.2893	4.6873	4.7906	0.8967	0.5046
48	0.0019	0.0019	0.9981	0.9636	0.0018	0.9627	33.4878	34.7539	23.8188	24.8188	4.6850	4.7890	0.8960	0.5139
49	0.0019	0.0019	0.9981	0.9618	0.0018	0.9609	32.5252	33.8178	23.3407	24.3407	4.6829	4.7877	0.8953	0.5233
50	0.0021	0.0021	0.9979	0.9599	0.0021	0.9589	31.5643	32.8813	22.8572	23.8572	4.6805	4.7860	0.8944	0.5329
51	0.0024	0.0024	0.9976	0.9579	0.0023	0.9568	30.6054	31.9508	22.3655	23.3655	4.6774	4.7840	0.8933	0.5425
52	0.0024	0.0024	0.9976	0.9556	0.0023	0.9545	29.6486	31.0249	21.8678	22.8678	4.6748	4.7824	0.8924	0.5523
53	0.0028	0.0028	0.9972	0.9533	0.0026	0.952	28.6941	30.0987	21.3637	22.3637	4.6707	4.7798	0.8909	0.5623
54	0.0029	0.0029	0.9971	0.9507	0.0028	0.9493	27.7421	29.1812	20.8529	21.8529	4.6666	4.7771	0.8894	0.5724
55	0.0033	0.0033	0.9967	0.9479	0.0032	0.9463	26.7928	28.2649	20.3374	21.3374	4.6616	4.7740	0.8877	0.5827

Aplicación 1 - Rentas vitalicias postpagables (a_x)

En este tipo de rentas, los vencimientos tienen lugar al final de cada período y el período es indefinido.

Si una persona de 55 años desea recibir una renta postpagable de 18000 dólares anuales hasta su muerte, ¿cuál será su valor actuarial actual?

Se trata de una renta actuarial, postpagable y de duración indefinida para una persona de 55 años; por lo que, el cálculo se realiza de la siguiente manera:

$$V_0 = 18000 \times a_{55} = 18000 \times 20.3374 = 366073.20$$

Por lo que, si una persona de 55 años desea recibir una renta postpagable de 18000 dólares anuales hasta su muerte, entonces el valor actuarial actual de la renta es **366073.20** dólares.

Aplicación 2 - Rentas vitalicias prepagables (\ddot{a}_x)

En este tipo de rentas, los vencimientos tienen lugar al inicio de cada período y el período es indefinido.

Si una persona de 55 años desea recibir una renta de 18000 dólares anuales por anticipado hasta su muerte, ¿cuál será su valor actuarial actual?

Se trata de una renta actuarial, prepagable y de duración indefinida para una persona de 55 años; por lo que, el cálculo se realiza de la siguiente manera:

$$V_0 = 18000 \times \ddot{a}_{55} = 18000 \times 21.3374 = 384073.20$$

Por lo que, si una persona de 55 años desea recibir una renta de 18000 dólares anuales, por anticipado, hasta su muerte, entonces el valor actuarial actual de la renta es **384073.20** dólares.

Aplicación 3 - Rentas temporales postpagables ($a_{x:n}$)

En este tipo de rentas, los vencimientos tienen lugar al final de cada período y el período es temporal.

Si una persona de 40 años desea recibir una renta postpagable de 24000 dólares anuales durante 5 años, ¿cuál será su valor actuarial actual?

Se trata de una renta actuarial, postpagable y de duración temporal (5 años) para una persona de 40 años; por lo que, el cálculo se realiza de la siguiente manera:

$$V_0 = 24000 \times a_{40:5} = 24000 \times 4.6955 = 112692$$

Por lo que, si una persona de 45 años desea recibir una renta postpagable de 24000 dólares anuales durante 5 años, entonces el valor actuarial actual de la renta es **112692** dólares.

Aplicación 4 - Rentas temporales prepagables (\ddot{a}_{xn})

En este tipo de rentas, los vencimientos tienen lugar al inicio de cada período y el período es temporal.

Si una persona de 40 años desea recibir una renta de 24000 dólares anuales, por anticipado, durante 5 años, ¿cuál será su valor actuarial actual?

Se trata de una renta actuarial, prepagable y de duración temporal (5 años) para una persona de 40 años; por lo que, el cálculo se realiza de la siguiente manera:

$$V_0 = 24000 \times \ddot{a}_{40:5} = 24000 \times 4.7957 = 115096.80$$

Por lo que, si una persona de 45 años desea recibir una renta de 24000 dólares anuales, por anticipado durante 5 años, entonces el valor actuarial actual de la renta es **115096.80** dólares.

Aplicación 5 - Seguro de capital diferido para caso de vida: ${}_nE_x$

En este tipo de seguro, una persona de edad x recibirá el capital acordado en el contrato siempre y cuando sobreviva un periodo de tiempo determinado con anticipación.

Supongamos que una persona de 40 años desea recibir 60000 dólares si se encuentra con vida dentro de 5 años, ¿cuál será la prima que tendría que pagar hoy?

La prima se obtiene de la siguiente manera:

$$\pi = 60000 \times {}_5E_{40} = 60000 \times 0.8998 = 53988$$

Por lo que, si una persona de 40 años desea recibir 60000 dólares si se encuentra con vida dentro de 5 años, entonces tendrá que pagar una prima de **53988** dólares.

Aplicación 6 - Seguro de muerte a vida entera: A_x

En este tipo de seguro, si esta persona fallece, entonces los beneficiarios recibirán el capital asegurado.

Supongamos que una persona de 45 años desea cubrir un seguro de vida entera de 50000 dólares, ¿cuál será la prima única a pagar?

La prima se obtiene de la siguiente manera:

$$\pi = 50000 \times A_{45} = 50000 \times 0.4865 = 24325$$

Por lo que, si una persona de 45 años desea cubrir un seguro de vida entera de 50000 dólares, entonces tendrá que pagar una prima de **24325** dólares.

CONCLUSIONES

1. Un sencillo modelo demográfico, lineal y con solo tres parámetros, hace que el método de Lee-Carter sea fácil de entender e interpretar.
2. La tendencia lineal y decreciente que muestra el patrón de la mortalidad con el transcurso de los años hace que el método de Lee-Carter resulte muy atractivo para realizar proyecciones de mortalidad a través del tiempo.
3. Si se tienen registros de mortalidad para un periodo no menor que 30 años de historia reciente, el método de Lee Carter puede ser utilizado para estudiar el comportamiento de la mortalidad a través del tiempo.
4. Una tabla dinámica de mortalidad representa una herramienta útil para que los actuarios puedan proyectar el precio de los seguros y estimar los montos necesarios para realizar pagos futuros asociados a las pólizas contratadas, de tal manera que se eviten crisis en las aseguradoras.

RECOMENDACIONES

1. Construir tablas de mortalidad dinámicas para el Perú utilizando el método de Lee-Carter.
2. Construir tablas de mortalidad dinámicas considerando las diferentes extensiones que han sido propuestas para el método de Lee-Carter por los diferentes autores y que tratan básicamente en la forma de obtener los parámetros. Algunas de estas extensiones se describen al final del tercer capítulo.
3. Comparar el método de Lee-Carter con otros métodos utilizados para la construcción de tablas de mortalidad.
4. Crear una base de datos con registros anuales de mortalidad de tal manera que se encuentren disponibles para estudiantes, profesores, investigadores o para cualquier persona interesada en estudiar el comportamiento de la mortalidad en nuestro país.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ayuso M., Corrales H., Guillen M., Pérez-Marín A. M., Rojo J. L. (2007). Estadística Actuarial Vida. España: Editorial Universidad de Barcelona.

Betzuen A. (2010). Un análisis sobre las posibilidades de predicción de la mortalidad futura aplicando el modelo Lee - Carter. Anales 2010 /111-140.

Coelho, E. (2001). Instituto Nacional de Estatística - Portugal. *The Lee - Carter Method for Forecasting Mortality (The Portuguese Experience)*, 2-6.

De Vicente A., Hernández J., Albarrán I., Ramírez C. (2002). Proyección y Estudio de una Población. El Papel de la Mortalidad, España, 14-27.

Debon Aucejo, A. (2003). Graduación de tablas de mortalidad. Aplicaciones actuariales. (Tesis doctoral, Universidad de Valencia).

Dorina L. (2004). *On forecasting mortality using Lee-Carter method*. Babes Bolyai-University, Faculty of Economic Science, Cluj-Napoca, Romania, 1-10.

Fabozzi F., Giacometti R., Bertocchi M., Rachev S. (2012). *A comparison of the Lee - Carter model and AR-ARCH model for forecasting mortality rates*, 3-5.

Giroso F., King G. (2007). *Understanding the Lee-Carter Mortality Forecasting Method*, 1-15.

Haberman S., Russolillo M. (2005). *Lee Carter Mortality Forecasting: Application to the Italian Population*. Actuarial Research Paper N° 167.

Hyndman R. J., Booth H., Lin Shang H. (2011). *Point and Interval Forecasts of Mortality Rates and Life Expectancy: A Comparison of Ten Principal Component Methods*, 25(5):173-214.

Instituto Nacional de Estadística e Informática (1993). Mortalidad: Conceptos Básicos y Técnicas de Medición, N°5. 7-49.

Instituto Nacional de Estadística e Informática (2000). Metodología para el Cálculo de los Indicadores de Mortalidad, N°8.

Koissi M. C., Shapiro A. F. (2008). *The Lee-Carter model under the condition of variables age-specific parameters*.

Lay D. (1999). Álgebra Lineal y sus Aplicaciones. México: Editorial Pearson.

Lee, R., Carter, L. (1992). *Modelling and forecasting u.s. mortality*. *Journal of the American Statistical Association*, 87(419):659-671.

Lee, R. (2000). *The Lee - Carter method for forecasting mortality, with various extensions and Applications*, North American Actuarial Journal, (4) 1, 80:93.

Mateos-Aparicio Morales G., Vicente Merino A., Hernández March J., Caballero Carbonell A., Moreno Lorente J.. Elementos de Matemática Actuarial sobre Previsión Social y Seguros de Vida, 2005-2010.
(<http://www.ucm.es/info/sevipres/>)

Ortega A. (1982). Tablas de Mortalidad. Costa Rica: CELADE.

Peña D. (2010). Análisis de Series Temporales. España: Alianza Editorial.

Poole D. (2011). Álgebra Lineal. México: Cengage Learning.

Ross S. M. (2005). Introducción a la Estadística. España: Editorial Reverté. 7-10.

Uriel E., Aldás J. (2005). Componentes Principales. Análisis Multivariante Aplicado (pp. 365-487). España: Editorial Thomson.

Wilmoth J. R. (1993). *Computational Methods for Fitting and Extrapolating the Lee Carter Model of Mortality Change*.

Zheng Wang J. (2007). *Fitting and Forecasting Mortality for Sweden: Applying the Lee - Carter Model*, 8-11.

ANEXO A

ALGORITMO

Paso 1.- Defina la matriz de los tantos centrales de mortalidad observados para x años y t periodos de tiempo.

$$T_{xt} = \begin{bmatrix} m_{11} & \cdots & m_{1t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{x1} & \cdots & m_{xt} \end{bmatrix}$$

Paso 2.- Aplique la función Logaritmo Natural a la matriz anterior (T_{rxn})

$$M_{xt} = \begin{bmatrix} \ln(m_{11}) & \cdots & \ln(m_{1t}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln(m_{x1}) & \cdots & \ln(m_{xt}) \end{bmatrix}$$

Paso 3.- Obtenga la matriz de los patrones de mortalidad promedio para los x años (A_{rxn}). Considere el modelo propuesto por Lee Carter:

$$\ln(m_{xt}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{xt}$$

con las siguientes restricciones:

$$\sum_{x=e_1}^{e_r} b_x = 1 \quad y \quad \sum_{t=1}^n k_t = 0.$$

Mediante el método de mínimos cuadrados, los valores de a_x se obtienen de la siguiente manera:

$$a_x = \frac{\sum_{t=1}^n \ln(m_{xt})}{n} = \ln \left(\prod_{t=1}^n m_{xt}^{\frac{1}{n}} \right). \quad (\text{Para todo } x),$$

matricialmente, se tiene:

$$A_{xt} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{x1} & \cdots & a_{xt} \end{bmatrix}$$

Paso 4.- Obtenga la matriz Z_{xt} , cuyas filas representan las desviaciones de los logaritmos de los tantos centrales de mortalidad a la edad x con respecto a la media. Esta matriz se obtiene de la siguiente manera:

$$Z_{xt} = \ln(m_{xt}) - a_x,$$

por lo tanto

$$Z_{xt} = b_x k_t + \varepsilon_{xt},$$

matricialmente, Z_{xt} se representa de la siguiente manera:

$$Z_{xt} = \begin{bmatrix} \ln(m_{11}) - a_{11} & \cdots & \ln(m_{1t}) - a_{1t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln(m_{x1}) - a_{x1} & \cdots & \ln(m_{xt}) - a_{xt} \end{bmatrix}$$

Paso 5.- Aplique el método de descomposición por valores singulares a la matriz Z_{xt} . Una vez aplicado el método, la matriz se expresa de la siguiente manera:

$$Z_{xt} = \sum_{i=1}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t.$$

Donde, u_{xi} es el vector columna i de la matriz U y v_{it}^t es el vector fila i de la matriz V^t . Además, s es el rango de la matriz Z y s_i es el i -ésimo valor singular con $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_s$.

Luego, se tiene:

$$\sum_{i=1}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t = b_x k_t + \varepsilon_{xt}$$

que puede expresarse como:

$$s_1 \cdot u_{x1} \cdot v_{1t}^t + \sum_{i=2}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t = b_x k_t + \varepsilon_{xt}$$

Paso 6.- Halle b_x y una primera aproximación de k_t .

Teniendo en cuenta que el primer valor singular explica el mayor porcentaje de la variabilidad del modelo, los autores proponen:

$$b_x k_t = s_1 \cdot u_{x1} \cdot v_{1t}^t \quad y$$

$$\sum_{i=2}^s s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{it}^t = \varepsilon_{xt}.$$

entonces,

$$b_x = \begin{pmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ \vdots \\ u_{x1} \end{pmatrix} \quad y \quad K_t = s_1 \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{21} \\ \vdots \\ v_{t1} \end{pmatrix}$$

siempre y cuando,

$$\sum_{i=1}^x u_{i1} = 1 \dots (*),$$

si no se cumple (*), se estandariza b_x .

Paso 7.- Se reestiman los valores de k_t .

Los nuevos valores (reestimados) de los k_t para cada año se obtienen haciendo que los valores de las muertes estimadas y las muertes observadas sean iguales; es decir:

$$D_t = \sum_{x=e_1}^{e_r} N_{xt} \cdot e^{a_x + b_x k_t}; \quad \text{para todo } t,$$

donde:

D_t = Número de fallecimientos en el año t
 N_{xt} = Población de edad x en el año t

con lo cual, los nuevos valores de k_t se obtienen por búsqueda **ITERATIVA** de tal manera que se cumpla la igualdad anterior.

Paso 8.- Proyecte los valores de k_t a través del tiempo mediante el modelo de series de tiempo correspondiente.

Paso 9.- Con los valores obtenidos de a_x , b_x y k_t se calculan los tantos centrales de mortalidad para los años proyectados y a partir de estos se construyen las tablas de mortalidad.

ANEXO B

1. COMANDOS UTILIZADOS CON EL LENGUAJE R

- i. La función **demogdata** crea un objeto a partir de matrices de datos en bruto y que es adecuado para ajustar el modelo Lee-Carter a los datos.
- ii. La función **lca** proporciona los parámetros a_x , b_x y k_t que corresponden al modelo de Lee-Carter. Cabe indicar que los k_t proporcionados por esta función son los reestimados (ajustados).
- iii. La función **Forecast.lca** realiza proyecciones de los k_t mediante el modelo de paseo aleatorio con deriva.
- iv. La función **Lifetable** construye tablas de vida a partir de los parámetros obtenidos mediante el método de Lee Carter y que fueron obtenidos con las funciones lca y Forecast.lca.

1.1 PARA EL GÉNERO MASCULINO

- Definiendo las bases de datos

```
> tasasdemortalidad<-read.table("tasas de mortalidad australia.txt",T)
> expuestosalriesgo<-read.table("expuestos al riesgo australia.txt",T)
> edad<-unique(tasasdemortalidad$Age)
> nE=length(edad)
> años<-unique(tasasdemortalidad$Year)
> nA=length(años)
> TMH<-matrix(tasasdemortalidad$Male,nE,nA)
> POBH<-matrix(expuestosalriesgo$Male,nE,nA)
```

- Función que crea un objeto adecuado para obtener los parámetros del modelo

```
> DEMOGH<-
demogdata(data=TMH,pop=POBH,ages=edad,years=años,
type="mortality",label="Australia",name="Hombres",lambda=1)
```

- Función que permite obtener los parámetros del modelo Lee-Carter

```
> LCH <- lca(DEMOGH)
```

- Función que permite realizar las proyecciones del parámetro k_t

```
> proyeccioneskt<-forecast(LCH, h = 11,level=95)
```

- Función que permite construir las tablas de mortalidad

```
> lifetable(proyeccioneskt)
```

La función Demogdata muestra lo siguiente:

Género Masculino
Datos de mortalidad para Australia
Serie: Género masculino
Años: 1970 - 2009
Edades: 0 – 100

La función lca muestra lo siguiente:

El análisis Lee-Carter
Función utilizada: lca (Data = DEMOGH)
Método de ajuste: Lee Carter
Region: Australia
Años de ajuste: 1970 - 2009
Edades de ajuste: 0 - 100
Porcentaje de la variación explicada: 88.7%

Los resultados obtenidos para el género femenino con el lenguaje R son los siguientes:

1.2 PARA EL GÉNERO FEMENINO

- Definiendo las bases de datos

```
> tasasdemortalidad<-read.table("tasas de mortalidad australia.txt",T)
> expuestosalriesgo<-read.table("expuestos al riesgo australia.txt",T)
> edad<-unique(tasasdemortalidad$Age)
> nE=length(edad)
> años<-unique(tasasdemortalidad$Year)
> nA=length(años)
> TMM<-matrix(tasasdemortalidad$Female,nE,nA)
> POBM<-matrix(expuestosalriesgo$Female,nE,nA)
```

- Función que crea un objeto adecuado para obtener los parámetros del modelo

```
> DEMOGM<-
demogdata(data=TMM,pop=POBM,ages=edad,years=años,type="mortality",label="Australia",name="Mujeres",lambda=1)
```

- Función que permite obtener los parámetros del modelo Lee-Carter

```
> LCM <- lca(DEMOGM)
```

- Función que permite realizar las proyecciones del parámetro κ_t

```
> proyeccioneskt<-forecast(LCM, h = 11,level=95)
```


- Función que permite construir las tablas de mortalidad
> `lifetable(proyeccioneskt)`

La función Demogdata muestra lo siguiente:

Género femenino
Datos de mortalidad para Australia
Serie: Género femenino
Años: 1970 - 2009
Edades: 0 – 100

La función lca muestra lo siguiente:

El análisis Lee-Carter
Función utilizada: lca (data = DEMOGM)
Método de ajuste: Lee Carter
Región: Australia
Años de ajuste: 1970 - 2009
Edades de ajuste: 0 - 100
Porcentaje de la variación explicada: 84%

ANEXO C

TABLAS DE MORTALIDAD PARA EL GÉNERO MASCULINO

Tabla 1: Tabla de mortalidad para el género masculino en el año 2013

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex	Edad	Mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0033	0.0033	1	0.0033	0.9969	80.8468	80.8468	51	0.0024	0.0024	0.9579	0.0023	0.9568	30.6054	31.9508
1	0.0003	0.0003	0.9967	0.0003	0.9966	79.8499	80.1137	52	0.0024	0.0024	0.9556	0.0023	0.9545	29.6486	31.0249
2	0.0002	0.0002	0.9964	0.0002	0.9963	78.8534	79.1359	53	0.0028	0.0028	0.9533	0.0026	0.952	28.6941	30.0987
3	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9962	77.857	78.1504	54	0.0029	0.0029	0.9507	0.0028	0.9493	27.7421	29.1812
4	0.0001	0.0001	0.9961	0.0001	0.9961	76.8609	77.1603	55	0.0033	0.0033	0.9479	0.0032	0.9463	26.7928	28.2649
5	0.0001	0.0001	0.996	0.0001	0.996	75.8648	76.1685	56	0.0035	0.0035	0.9448	0.0033	0.9431	25.8465	27.3575
6	0.0001	0.0001	0.9959	0.0001	0.9959	74.8688	75.175	57	0.004	0.004	0.9415	0.0038	0.9396	24.9034	26.4515
7	0.0001	0.0001	0.9959	0.0001	0.9958	73.8729	74.1807	58	0.0044	0.0044	0.9377	0.0041	0.9357	23.9638	25.5556
8	0.0001	0.0001	0.9958	0.0001	0.9957	72.8771	73.1862	59	0.0049	0.0049	0.9336	0.0046	0.9313	23.0281	24.6658
9	0.0001	0.0001	0.9957	0.0001	0.9957	71.8814	72.1912	60	0.0055	0.0055	0.929	0.0051	0.9265	22.0968	23.7844
10	0.0001	0.0001	0.9956	0.0001	0.9956	70.8857	71.1968	61	0.0062	0.0062	0.9239	0.0057	0.9211	21.1703	22.9132
11	0.0001	0.0001	0.9956	0.0001	0.9955	69.8901	70.2024	62	0.0066	0.0066	0.9182	0.0061	0.9152	20.2492	22.0531
12	0.0001	0.0001	0.9955	0.0001	0.9954	68.8946	69.2071	63	0.0074	0.0074	0.9121	0.0068	0.9088	19.334	21.1962
13	0.0001	0.0001	0.9954	0.0001	0.9953	67.8992	68.2131	64	0.0082	0.0082	0.9054	0.0074	0.9017	18.4253	20.3509
14	0.0001	0.0001	0.9953	0.0001	0.9952	66.9038	67.2204	65	0.0092	0.0091	0.898	0.0082	0.8939	17.5236	19.5151
15	0.0002	0.0002	0.9952	0.0002	0.9951	65.9086	66.2288	66	0.0107	0.0107	0.8898	0.0095	0.885	16.6298	18.6899
16	0.0003	0.0003	0.995	0.0003	0.9948	64.9135	65.2428	67	0.0116	0.0115	0.8803	0.0102	0.8752	15.7447	17.8862
17	0.0004	0.0004	0.9947	0.0004	0.9945	63.9187	64.2596	68	0.0129	0.0128	0.8701	0.0112	0.8645	14.8695	17.0891
18	0.0005	0.0005	0.9943	0.0005	0.994	62.9242	63.2862	69	0.0141	0.014	0.859	0.012	0.853	14.005	16.3046
19	0.0006	0.0006	0.9937	0.0006	0.9934	61.9302	62.3206	70	0.0162	0.0161	0.847	0.0136	0.8401	13.152	15.5285
20	0.0006	0.0006	0.9931	0.0006	0.9928	60.9368	61.3571	71	0.0179	0.0178	0.8333	0.0148	0.8259	12.3119	14.7742
21	0.0007	0.0007	0.9925	0.0007	0.9922	59.9439	60.3952	72	0.0196	0.0194	0.8185	0.0159	0.8106	11.486	14.0325
22	0.0006	0.0006	0.9919	0.0006	0.9915	58.9517	59.4351	73	0.0223	0.022	0.8026	0.0177	0.7938	10.6754	13.3008
23	0.0008	0.0008	0.9912	0.0008	0.9908	57.9602	58.4729	74	0.0249	0.0246	0.7849	0.0193	0.7753	9.8816	12.5892
24	0.0008	0.0008	0.9904	0.0008	0.9901	56.9693	57.5188	75	0.0277	0.0273	0.7656	0.0209	0.7551	9.1063	11.8939
25	0.0008	0.0008	0.9897	0.0008	0.9893	55.9793	56.5641	76	0.0313	0.0309	0.7447	0.023	0.7332	8.3512	11.2135
26	0.0009	0.0009	0.9888	0.0009	0.9884	54.99	55.6105	77	0.0361	0.0355	0.7218	0.0256	0.7089	7.618	10.5547
27	0.0009	0.0009	0.9879	0.0009	0.9875	54.0016	54.6611	78	0.0396	0.0389	0.6961	0.027	0.6825	6.9091	9.9248
28	0.0009	0.0009	0.987	0.0009	0.9866	53.0142	53.711	79	0.0455	0.0445	0.6691	0.0298	0.6541	6.2266	9.3059
29	0.001	0.001	0.9861	0.001	0.9856	52.0276	52.7604	80	0.0515	0.0502	0.6393	0.0321	0.6231	5.5725	8.7162
30	0.001	0.001	0.9851	0.001	0.9846	51.042	51.8118	81	0.0597	0.0579	0.6072	0.0352	0.5895	4.9494	8.1506
31	0.001	0.001	0.9841	0.001	0.9836	50.0573	50.865	82	0.0655	0.0634	0.5721	0.0363	0.5537	4.3599	7.6212
32	0.0011	0.0011	0.9831	0.0011	0.9826	49.0737	49.9173	83	0.0737	0.071	0.5358	0.0381	0.5165	3.8061	7.1037
33	0.0011	0.0011	0.982	0.0011	0.9815	48.0912	48.9711	84	0.0835	0.0801	0.4977	0.0399	0.4775	3.2896	6.609
34	0.0011	0.0011	0.9809	0.001	0.9804	47.1097	48.0246	85	0.0964	0.0919	0.4579	0.0421	0.4365	2.8121	6.1415
35	0.0011	0.0011	0.9799	0.0011	0.9794	46.1292	47.0752	86	0.106	0.1005	0.4158	0.0418	0.3945	2.3756	5.7132
36	0.0011	0.0011	0.9788	0.0011	0.9783	45.1499	46.1255	87	0.1203	0.1133	0.374	0.0424	0.3524	1.981	5.2969
37	0.0011	0.0011	0.9778	0.0011	0.9772	44.1716	45.1763	88	0.135	0.1262	0.3316	0.0419	0.3102	1.6286	4.9113
38	0.0011	0.0011	0.9767	0.001	0.9762	43.1943	44.2247	89	0.1483	0.1378	0.2898	0.0399	0.2693	1.3184	4.5503
39	0.0011	0.0011	0.9757	0.0011	0.9751	42.2181	43.2715	90	0.1714	0.1575	0.2498	0.0393	0.2296	1.0491	4.1995
40	0.0012	0.0012	0.9746	0.0012	0.974	41.243	42.3196	91	0.1923	0.1749	0.2105	0.0368	0.1915	0.8196	3.8938
41	0.0013	0.0013	0.9734	0.0012	0.9727	40.2691	41.3711	92	0.211	0.1902	0.1737	0.033	0.1566	0.6281	3.6168
42	0.0012	0.0012	0.9721	0.0012	0.9715	39.2963	40.4237	93	0.2315	0.2067	0.1406	0.0291	0.1255	0.4715	3.3531
43	0.0014	0.0014	0.9709	0.0013	0.9703	38.3248	39.4725	94	0.2605	0.2293	0.1116	0.0256	0.0982	0.346	3.1013
44	0.0014	0.0014	0.9696	0.0014	0.9689	37.3546	38.5258	95	0.2924	0.2535	0.086	0.0218	0.0746	0.2478	2.8817
45	0.0015	0.0015	0.9682	0.0015	0.9675	36.3857	37.5802	96	0.3064	0.2639	0.0642	0.0169	0.0553	0.1732	2.6988
46	0.0016	0.0016	0.9667	0.0015	0.966	35.4182	36.6371	97	0.3626	0.3041	0.0472	0.0144	0.0396	0.1179	2.4963
47	0.0017	0.0017	0.9652	0.0016	0.9644	34.4522	35.6948	98	0.3735	0.3117	0.0329	0.0102	0.0274	0.0783	2.382
48	0.0019	0.0019	0.9636	0.0018	0.9627	33.4878	34.7539	99	0.3706	0.3097	0.0226	0.007	0.0189	0.0509	2.2482
49	0.0019	0.0019	0.9618	0.0018	0.9609	32.5252	33.8178	100	0.4887	1	0.0156	0.0156	0.032	0.032	2.0463
50	0.0021	0.0021	0.9599	0.0021	0.9589	31.5643	32.8813								

Tabla 2: Tabla de mortalidad para el género masculino en el año 2014

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0032	0.0032	1	0.0032	0.997	81.0834	81.0834
1	0.0003	0.0003	0.9968	0.0003	0.9967	80.0864	80.3405
2	0.0002	0.0002	0.9966	0.0002	0.9965	79.0896	79.3619
3	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9963	78.0932	78.3758
4	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9962	77.0968	77.3854
5	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9961	76.1006	76.3932
6	0.0001	0.0001	0.9961	0.0001	0.9961	75.1045	75.3995
7	0.0001	0.0001	0.996	0.0001	0.996	74.1084	74.405
8	0.0001	0.0001	0.9959	0.0001	0.9959	73.1125	73.4102
9	0.0001	0.0001	0.9959	0.0001	0.9958	72.1165	72.4151
10	0.0001	0.0001	0.9958	0.0001	0.9958	71.1207	71.4205
11	0.0001	0.0001	0.9957	0.0001	0.9957	70.1249	70.4259
12	0.0001	0.0001	0.9957	0.0001	0.9956	69.1292	69.4304
13	0.0001	0.0001	0.9956	0.0001	0.9955	68.1336	68.4362
14	0.0001	0.0001	0.9955	0.0001	0.9954	67.1381	67.4433
15	0.0002	0.0002	0.9954	0.0002	0.9953	66.1427	66.4515
16	0.0003	0.0003	0.9951	0.0003	0.995	65.1474	65.465
17	0.0004	0.0004	0.9949	0.0004	0.9947	64.1524	64.4814
18	0.0005	0.0005	0.9945	0.0005	0.9942	63.1577	63.5071
19	0.0006	0.0006	0.994	0.0006	0.9937	62.1635	62.5404
20	0.0006	0.0006	0.9934	0.0006	0.9931	61.1698	61.5759
21	0.0006	0.0006	0.9928	0.0006	0.9925	60.1767	60.6129
22	0.0006	0.0006	0.9922	0.0006	0.9919	59.1842	59.6519
23	0.0008	0.0008	0.9915	0.0008	0.9912	58.1924	58.6888
24	0.0008	0.0008	0.9908	0.0008	0.9904	57.2012	57.7341
25	0.0008	0.0008	0.99	0.0008	0.9896	56.2108	56.7787
26	0.0009	0.0009	0.9892	0.0009	0.9887	55.2212	55.8245
27	0.0009	0.0009	0.9883	0.0009	0.9878	54.2325	54.8747
28	0.0009	0.0009	0.9874	0.0009	0.9869	53.2446	53.9243
29	0.001	0.001	0.9865	0.001	0.986	52.2577	52.9734
30	0.001	0.001	0.9855	0.001	0.985	51.2717	52.0246
31	0.001	0.001	0.9845	0.001	0.984	50.2867	51.0776
32	0.0011	0.0011	0.9835	0.0011	0.983	49.3026	50.1298
33	0.0011	0.0011	0.9824	0.0011	0.9819	48.3197	49.1833
34	0.0011	0.0011	0.9814	0.001	0.9808	47.3378	48.2367
35	0.0011	0.0011	0.9803	0.001	0.9798	46.3569	47.287
36	0.0011	0.0011	0.9793	0.0011	0.9787	45.3771	46.337
37	0.0011	0.0011	0.9782	0.001	0.9777	44.3984	45.3875
38	0.0011	0.0011	0.9772	0.001	0.9767	43.4207	44.4354
39	0.0011	0.0011	0.9761	0.0011	0.9756	42.444	43.4817
40	0.0012	0.0012	0.9751	0.0012	0.9745	41.4684	42.5291
41	0.0013	0.0013	0.9739	0.0012	0.9733	40.494	41.5801
42	0.0012	0.0012	0.9727	0.0012	0.9721	39.5207	40.632
43	0.0013	0.0013	0.9715	0.0013	0.9708	38.5486	39.6799
44	0.0014	0.0014	0.9702	0.0014	0.9695	37.5778	38.7322
45	0.0015	0.0015	0.9688	0.0014	0.9681	36.6083	37.7855
46	0.0016	0.0015	0.9674	0.0015	0.9666	35.6401	36.8413
47	0.0016	0.0016	0.9659	0.0016	0.9651	34.6735	35.8977
48	0.0018	0.0018	0.9643	0.0017	0.9635	33.7084	34.9554
49	0.0018	0.0018	0.9626	0.0018	0.9617	32.7449	34.0179
50	0.0021	0.0021	0.9608	0.002	0.9598	31.7832	33.0797

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
51	0.0023	0.0023	0.9588	0.0022	0.9577	30.8234	32.1474
52	0.0023	0.0023	0.9566	0.0022	0.9555	29.8657	31.2198
53	0.0027	0.0027	0.9544	0.0026	0.9531	28.9102	30.2915
54	0.0028	0.0028	0.9518	0.0027	0.9505	27.9571	29.3718
55	0.0032	0.0032	0.9492	0.0031	0.9476	27.0066	28.4532
56	0.0034	0.0034	0.9461	0.0032	0.9445	26.059	27.5434
57	0.0039	0.0039	0.9429	0.0036	0.9411	25.1144	26.6348
58	0.0042	0.0042	0.9393	0.004	0.9373	24.1733	25.736
59	0.0047	0.0047	0.9353	0.0044	0.9331	23.236	24.8432
60	0.0053	0.0053	0.9309	0.005	0.9284	22.3029	23.9585
61	0.006	0.006	0.9259	0.0056	0.9232	21.3745	23.084
62	0.0064	0.0064	0.9204	0.0059	0.9174	20.4514	22.2205
63	0.0072	0.0072	0.9145	0.0066	0.9112	19.5339	21.3598
64	0.008	0.0079	0.908	0.0072	0.9044	18.6227	20.5105
65	0.0089	0.0088	0.9008	0.0079	0.8968	17.7183	19.6706
66	0.0104	0.0104	0.8928	0.0093	0.8882	16.8215	18.841
67	0.0112	0.0112	0.8836	0.0099	0.8786	15.9334	18.0331
68	0.0125	0.0124	0.8737	0.0109	0.8682	15.0547	17.2313
69	0.0136	0.0135	0.8628	0.0117	0.857	14.1865	16.4421
70	0.0157	0.0156	0.8511	0.0133	0.8445	13.3295	15.6609
71	0.0174	0.0173	0.8378	0.0145	0.8306	12.485	14.9014
72	0.0191	0.0189	0.8234	0.0155	0.8156	11.6544	14.1546
73	0.0217	0.0214	0.8078	0.0173	0.7992	10.8388	13.4173
74	0.0242	0.0239	0.7905	0.0189	0.7811	10.0396	12.7001
75	0.0269	0.0265	0.7716	0.0205	0.7613	9.2586	11.9989
76	0.0305	0.0301	0.7511	0.0226	0.7398	8.4973	11.3125
77	0.0353	0.0347	0.7286	0.0252	0.7159	7.7575	10.6477
78	0.0386	0.0379	0.7033	0.0267	0.6899	7.0416	10.0121
79	0.0445	0.0435	0.6766	0.0294	0.6618	6.3517	9.3871
80	0.0504	0.0491	0.6472	0.0318	0.6312	5.6899	8.7913
81	0.0585	0.0569	0.6154	0.035	0.5977	5.0587	8.22
82	0.0642	0.0622	0.5804	0.0361	0.5622	4.461	7.6857
83	0.0723	0.0697	0.5443	0.038	0.5251	3.8988	7.1626
84	0.082	0.0787	0.5064	0.0399	0.4862	3.3737	6.6624
85	0.0949	0.0905	0.4665	0.0422	0.4451	2.8875	6.1894
86	0.1043	0.099	0.4243	0.042	0.4029	2.4424	5.7564
87	0.1185	0.1118	0.3823	0.0427	0.3605	2.0395	5.335
88	0.1332	0.1247	0.3396	0.0424	0.3179	1.679	4.9447
89	0.1463	0.1361	0.2972	0.0404	0.2765	1.3611	4.5798
90	0.1695	0.1559	0.2567	0.04	0.2362	1.0846	4.2245
91	0.1906	0.1735	0.2167	0.0376	0.1973	0.8485	3.9152
92	0.209	0.1886	0.1791	0.0338	0.1616	0.6511	3.6356
93	0.2294	0.205	0.1453	0.0298	0.1299	0.4895	3.3687
94	0.2587	0.2279	0.1155	0.0263	0.1018	0.3597	3.1133
95	0.2909	0.2524	0.0892	0.0225	0.0774	0.2579	2.8912
96	0.3042	0.2623	0.0667	0.0175	0.0575	0.1805	2.7067
97	0.3616	0.3034	0.0492	0.0149	0.0413	0.123	2.5003
98	0.3718	0.3105	0.0343	0.0106	0.0286	0.0817	2.3847
99	0.3683	0.3081	0.0236	0.0073	0.0198	0.0531	2.2475
100	0.4904	1	0.0163	0.0163	0.0333	0.0333	2.0393

Tabla 3: Tabla de mortalidad para el género masculino en el año 2015

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex	Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.003	0.003	1	0.003	0.9971	81.3168	81.3168	51	0.0022	0.0022	0.9597	0.0021	0.9587	31.039	32.3419
1	0.0003	0.0003	0.997	0.0003	0.9968	80.3197	80.5645	52	0.0023	0.0023	0.9576	0.0022	0.9565	30.0803	31.4125
2	0.0002	0.0002	0.9967	0.0002	0.9966	79.3229	79.5852	53	0.0026	0.0026	0.9554	0.0025	0.9542	29.1238	30.4822
3	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9965	78.3263	78.5986	54	0.0027	0.0027	0.953	0.0026	0.9517	28.1696	29.5604
4	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9964	77.3298	77.6078	55	0.0031	0.0031	0.9504	0.003	0.9489	27.218	28.6395
5	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9963	76.3334	76.6153	56	0.0033	0.0033	0.9474	0.0031	0.9459	26.2691	27.7274
6	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9962	75.3371	75.6214	57	0.0037	0.0037	0.9443	0.0035	0.9426	25.3232	26.8162
7	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9961	74.3409	74.6267	58	0.0041	0.0041	0.9408	0.0038	0.9389	24.3806	25.9147
8	0.0001	0.0001	0.9961	0.0001	0.9961	73.3448	73.6316	59	0.0046	0.0046	0.937	0.0043	0.9348	23.4418	25.0189
9	0.0001	0.0001	0.996	0.0001	0.996	72.3487	72.6363	60	0.0052	0.0051	0.9327	0.0048	0.9303	22.5069	24.1311
10	0.0001	0.0001	0.996	0.0001	0.9959	71.3527	71.6415	61	0.0058	0.0058	0.9279	0.0054	0.9252	21.5766	23.2533
11	0.0001	0.0001	0.9959	0.0001	0.9959	70.3568	70.6468	62	0.0062	0.0062	0.9225	0.0057	0.9197	20.6514	22.3865
12	0.0001	0.0001	0.9958	0.0001	0.9958	69.3609	69.6511	63	0.007	0.0069	0.9168	0.0064	0.9136	19.7318	21.5221
13	0.0001	0.0001	0.9958	0.0001	0.9957	68.3651	68.6567	64	0.0077	0.0077	0.9105	0.007	0.907	18.8181	20.6689
14	0.0001	0.0001	0.9957	0.0001	0.9956	67.3694	67.6636	65	0.0086	0.0085	0.9035	0.0077	0.8996	17.9112	19.8249
15	0.0002	0.0002	0.9955	0.0002	0.9954	66.3738	66.6715	66	0.0101	0.0101	0.8958	0.009	0.8913	17.0116	18.991
16	0.0002	0.0002	0.9953	0.0002	0.9952	65.3784	65.6847	67	0.0109	0.0108	0.8868	0.0096	0.882	16.1203	18.1789
17	0.0004	0.0004	0.9951	0.0004	0.9949	64.3832	64.7005	68	0.0121	0.0121	0.8772	0.0106	0.8719	15.2383	17.3725
18	0.0005	0.0005	0.9947	0.0005	0.9945	63.3883	63.7255	69	0.0132	0.0131	0.8666	0.0114	0.8609	14.3665	16.5786
19	0.0006	0.0006	0.9942	0.0005	0.9939	62.3938	62.7578	70	0.0153	0.0152	0.8552	0.013	0.8487	13.5056	15.7923
20	0.0006	0.0006	0.9937	0.0006	0.9934	61.3999	61.7922	71	0.0169	0.0168	0.8422	0.0141	0.8352	12.6569	15.0279
21	0.0006	0.0006	0.9931	0.0006	0.9928	60.4065	60.8283	72	0.0185	0.0183	0.8281	0.0152	0.8205	11.8217	14.2761
22	0.0006	0.0006	0.9924	0.0006	0.9921	59.4138	59.8663	73	0.021	0.0208	0.8129	0.0169	0.8044	11.0012	13.5332
23	0.0008	0.0008	0.9918	0.0008	0.9915	58.4216	58.9023	74	0.0235	0.0233	0.796	0.0185	0.7867	10.1968	12.8105
24	0.0008	0.0008	0.9911	0.0008	0.9907	57.4302	57.9469	75	0.0262	0.0258	0.7775	0.0201	0.7674	9.4101	12.1035
25	0.0008	0.0008	0.9903	0.0008	0.9899	56.4395	56.9909	76	0.0297	0.0293	0.7574	0.0222	0.7462	8.6427	11.4113
26	0.0009	0.0009	0.9895	0.0009	0.9891	55.4495	56.0362	77	0.0344	0.0338	0.7352	0.0249	0.7227	7.8965	10.7405
27	0.0009	0.0009	0.9886	0.0009	0.9882	54.4605	55.086	78	0.0377	0.037	0.7103	0.0263	0.6971	7.1738	10.0992
28	0.0009	0.0009	0.9878	0.0009	0.9873	53.4723	54.1352	79	0.0434	0.0425	0.6841	0.0291	0.6694	6.4767	9.468
29	0.001	0.001	0.9869	0.001	0.9864	52.485	53.1841	80	0.0493	0.0481	0.655	0.0315	0.6391	5.8072	8.8662
30	0.001	0.001	0.9859	0.001	0.9854	51.4986	52.2349	81	0.0574	0.0558	0.6235	0.0348	0.6059	5.1681	8.2893
31	0.001	0.001	0.9849	0.001	0.9844	50.5132	51.2878	82	0.0629	0.061	0.5887	0.0359	0.5705	4.5622	7.7502
32	0.0011	0.0011	0.9839	0.0011	0.9834	49.5288	50.3398	83	0.0709	0.0684	0.5528	0.0378	0.5336	3.9917	7.2215
33	0.0011	0.0011	0.9828	0.0011	0.9823	48.5454	49.3932	84	0.0805	0.0773	0.5149	0.0398	0.4947	3.4581	6.7157
34	0.001	0.001	0.9818	0.001	0.9813	47.5631	48.4464	85	0.0934	0.0891	0.4751	0.0424	0.4536	2.9634	6.2373
35	0.0011	0.0011	0.9807	0.001	0.9802	46.5819	47.4965	86	0.1026	0.0975	0.4327	0.0422	0.4113	2.5098	5.7996
36	0.0011	0.0011	0.9797	0.0011	0.9792	45.6016	46.5461	87	0.1168	0.1103	0.3906	0.0431	0.3686	2.0985	5.3731
37	0.0011	0.0011	0.9786	0.001	0.9781	44.6225	45.5963	88	0.1316	0.1233	0.3475	0.0428	0.3256	1.7299	4.9782
38	0.001	0.001	0.9776	0.001	0.9771	43.6443	44.6438	89	0.1443	0.1344	0.3047	0.0409	0.2837	1.4043	4.6094
39	0.0011	0.0011	0.9766	0.0011	0.9761	42.6672	43.6895	90	0.1677	0.1544	0.2637	0.0407	0.2428	1.1206	4.2494
40	0.0012	0.0012	0.9755	0.0012	0.975	41.6912	42.7362	91	0.1889	0.1721	0.223	0.0384	0.2032	0.8778	3.9366
41	0.0012	0.0012	0.9744	0.0012	0.9738	40.7162	41.7867	92	0.2071	0.1871	0.1846	0.0345	0.1667	0.6746	3.6544
42	0.0012	0.0012	0.9732	0.0011	0.9726	39.7424	40.8379	93	0.2273	0.2034	0.1501	0.0305	0.1342	0.5079	3.3842
43	0.0013	0.0013	0.972	0.0013	0.9714	38.7698	39.8849	94	0.2569	0.2266	0.1196	0.0271	0.1054	0.3736	3.1253
44	0.0014	0.0014	0.9708	0.0013	0.9701	37.7984	38.9362	95	0.2894	0.2513	0.0925	0.0232	0.0803	0.2682	2.9007
45	0.0015	0.0015	0.9695	0.0014	0.9688	36.8283	37.9885	96	0.302	0.2607	0.0692	0.018	0.0598	0.1879	2.7146
46	0.0015	0.0015	0.968	0.0015	0.9673	35.8595	37.0431	97	0.3605	0.3027	0.0512	0.0155	0.043	0.1282	2.5042
47	0.0016	0.0016	0.9666	0.0015	0.9658	34.8922	36.0983	98	0.3702	0.3094	0.0357	0.011	0.0298	0.0852	2.3873
48	0.0018	0.0018	0.9651	0.0017	0.9642	33.9264	35.1547	99	0.3661	0.3066	0.0246	0.0076	0.0206	0.0554	2.2467
49	0.0018	0.0018	0.9634	0.0017	0.9625	32.9622	34.2157	100	0.492	1	0.0171	0.0171	0.0347	0.0347	2.0324
50	0.002	0.002	0.9616	0.0019	0.9607	31.9997	33.2759								

Tabla 4: Tabla de mortalidad para el género masculino en el año 2016

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0029	0.0029	1	0.0029	0.9972	81.5473	81.5473
1	0.0002	0.0002	0.9971	0.0002	0.997	80.55	80.7858
2	0.0002	0.0002	0.9968	0.0002	0.9968	79.5531	79.8058
3	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9966	78.5563	78.8188
4	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9965	77.5597	77.8275
5	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9964	76.5632	76.8348
6	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9964	75.5668	75.8406
7	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9963	74.5704	74.8457
8	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9962	73.5741	73.8505
9	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9962	72.5779	72.855
10	0.0001	0.0001	0.9961	0.0001	0.9961	71.5817	71.86
11	0.0001	0.0001	0.9961	0.0001	0.996	70.5856	70.8651
12	0.0001	0.0001	0.996	0.0001	0.996	69.5896	69.8693
13	0.0001	0.0001	0.9959	0.0001	0.9959	68.5937	68.8747
14	0.0001	0.0001	0.9958	0.0001	0.9958	67.5978	67.8814
15	0.0002	0.0002	0.9957	0.0002	0.9956	66.602	66.889
16	0.0002	0.0002	0.9955	0.0002	0.9954	65.6064	65.9019
17	0.0004	0.0004	0.9953	0.0004	0.9951	64.611	64.9172
18	0.0005	0.0005	0.9949	0.0005	0.9947	63.6159	63.9413
19	0.0005	0.0005	0.9944	0.0005	0.9942	62.6212	62.9727
20	0.0006	0.0006	0.9939	0.0006	0.9936	61.6271	62.0061
21	0.0006	0.0006	0.9933	0.0006	0.993	60.6335	61.0412
22	0.0006	0.0006	0.9927	0.0006	0.9924	59.6405	60.0782
23	0.0007	0.0007	0.9921	0.0007	0.9918	58.648	59.1135
24	0.0008	0.0008	0.9914	0.0007	0.991	57.6563	58.1573
25	0.0008	0.0008	0.9906	0.0008	0.9902	56.6653	57.2007
26	0.0009	0.0009	0.9899	0.0009	0.9894	55.675	56.2454
27	0.0009	0.0009	0.989	0.0009	0.9885	54.6856	55.2949
28	0.0009	0.0009	0.9881	0.0009	0.9877	53.6971	54.3438
29	0.001	0.001	0.9872	0.0009	0.9867	52.7094	53.3923
30	0.001	0.001	0.9863	0.001	0.9858	51.7227	52.4429
31	0.001	0.001	0.9853	0.001	0.9848	50.7369	51.4957
32	0.0011	0.0011	0.9843	0.001	0.9837	49.7521	50.5474
33	0.0011	0.0011	0.9832	0.0011	0.9827	48.7684	49.6007
34	0.001	0.001	0.9822	0.001	0.9817	47.7857	48.6538
35	0.001	0.001	0.9811	0.001	0.9806	46.8041	47.7036
36	0.0011	0.0011	0.9801	0.0011	0.9796	45.8234	46.7529
37	0.001	0.001	0.9791	0.001	0.9786	44.8438	45.8027
38	0.001	0.001	0.978	0.001	0.9776	43.8653	44.8498
39	0.0011	0.0011	0.9771	0.001	0.9765	42.8877	43.8949
40	0.0012	0.0012	0.976	0.0011	0.9754	41.9112	42.941
41	0.0012	0.0012	0.9749	0.0012	0.9743	40.9357	41.9909
42	0.0011	0.0011	0.9737	0.0011	0.9731	39.9615	41.0414
43	0.0013	0.0013	0.9726	0.0012	0.972	38.9883	40.0875
44	0.0013	0.0013	0.9713	0.0013	0.9707	38.0164	39.1379
45	0.0014	0.0014	0.9701	0.0014	0.9694	37.0457	38.1892
46	0.0015	0.0015	0.9687	0.0014	0.968	36.0763	37.2427
47	0.0015	0.0015	0.9673	0.0015	0.9665	35.1083	36.2966
48	0.0017	0.0017	0.9658	0.0016	0.965	34.1418	35.3517
49	0.0017	0.0017	0.9641	0.0017	0.9633	33.1769	34.4113
50	0.0019	0.0019	0.9625	0.0019	0.9615	32.2136	33.4699

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
51	0.0021	0.0021	0.9606	0.0021	0.9596	31.252	32.5342
52	0.0022	0.0022	0.9585	0.0021	0.9575	30.2925	31.6031
53	0.0025	0.0025	0.9564	0.0024	0.9552	29.335	30.6709
54	0.0026	0.0026	0.954	0.0025	0.9528	28.3798	29.747
55	0.003	0.003	0.9515	0.0029	0.9501	27.427	28.8239
56	0.0031	0.0031	0.9487	0.003	0.9472	26.4769	27.9094
57	0.0036	0.0036	0.9457	0.0034	0.944	25.5297	26.9957
58	0.004	0.0039	0.9423	0.0037	0.9404	24.5857	26.0915
59	0.0044	0.0044	0.9386	0.0041	0.9365	23.6453	25.1929
60	0.005	0.005	0.9344	0.0046	0.9321	22.7088	24.3019
61	0.0057	0.0056	0.9298	0.0052	0.9272	21.7766	23.421
62	0.006	0.0059	0.9246	0.0055	0.9218	20.8495	22.5509
63	0.0067	0.0067	0.9191	0.0062	0.916	19.9277	21.6829
64	0.0075	0.0074	0.9129	0.0068	0.9095	19.0117	20.8259
65	0.0083	0.0082	0.9061	0.0075	0.9024	18.1022	19.9779
66	0.0098	0.0098	0.8986	0.0088	0.8943	17.1998	19.1398
67	0.0105	0.0105	0.8899	0.0093	0.8852	16.3056	18.3237
68	0.0118	0.0117	0.8805	0.0103	0.8754	15.4204	17.5127
69	0.0128	0.0127	0.8702	0.0111	0.8647	14.545	16.7142
70	0.0148	0.0147	0.8592	0.0127	0.8528	13.6803	15.9229
71	0.0165	0.0163	0.8465	0.0138	0.8396	12.8275	15.1536
72	0.0179	0.0178	0.8327	0.0148	0.8253	11.9879	14.3969
73	0.0205	0.0203	0.8179	0.0166	0.8096	11.1626	13.6485
74	0.0229	0.0226	0.8013	0.0181	0.7922	10.353	12.9202
75	0.0255	0.0251	0.7832	0.0197	0.7733	9.5608	12.2077
76	0.0289	0.0285	0.7635	0.0218	0.7526	8.7875	11.5096
77	0.0336	0.033	0.7417	0.0245	0.7294	8.0349	10.8329
78	0.0368	0.0361	0.7172	0.0259	0.7042	7.3055	10.186
79	0.0424	0.0415	0.6913	0.0287	0.6769	6.6014	9.5488
80	0.0482	0.0471	0.6626	0.0312	0.6469	5.9245	8.941
81	0.0564	0.0548	0.6314	0.0346	0.6139	5.2776	8.3585
82	0.0617	0.0598	0.5968	0.0357	0.5788	4.6637	7.8145
83	0.0695	0.0672	0.5611	0.0377	0.542	4.0849	7.2803
84	0.079	0.076	0.5234	0.0398	0.5032	3.5429	6.769
85	0.0919	0.0878	0.4836	0.0425	0.4621	3.0396	6.2851
86	0.101	0.096	0.4412	0.0424	0.4196	2.5776	5.8427
87	0.1151	0.1088	0.3988	0.0434	0.3767	2.1579	5.4112
88	0.1299	0.1218	0.3554	0.0433	0.3333	1.7812	5.0117
89	0.1424	0.1328	0.3121	0.0414	0.2909	1.4479	4.639
90	0.1659	0.1529	0.2707	0.0414	0.2494	1.157	4.2743
91	0.1872	0.1708	0.2293	0.0392	0.2091	0.9076	3.9579
92	0.2052	0.1855	0.1902	0.0353	0.1719	0.6985	3.6732
93	0.2253	0.2017	0.1549	0.0312	0.1387	0.5266	3.3998
94	0.2552	0.2252	0.1236	0.0278	0.1091	0.3879	3.1373
95	0.2879	0.2502	0.0958	0.024	0.0832	0.2788	2.9102
96	0.2998	0.2591	0.0718	0.0186	0.0621	0.1955	2.7224
97	0.3595	0.302	0.0532	0.0161	0.0447	0.1335	2.5082
98	0.3686	0.3083	0.0371	0.0115	0.0311	0.0888	2.3899
99	0.3639	0.305	0.0257	0.0078	0.0215	0.0577	2.2459
100	0.4937	1	0.0179	0.0179	0.0362	0.0362	2.0254

Tabla 5: Tabla de mortalidad para el género masculino en el año 2017

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex	Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0028	0.0028	1	0.0028	0.9974	81.7747	81.7747	51	0.0021	0.0021	0.9614	0.002	0.9604	31.4626	32.7244
1	0.0002	0.0002	0.9972	0.0002	0.9971	80.7774	81.0045	52	0.0021	0.0021	0.9594	0.002	0.9584	30.5022	31.7916
2	0.0002	0.0002	0.997	0.0002	0.9969	79.7803	80.0238	53	0.0024	0.0024	0.9574	0.0023	0.9563	29.5437	30.8575
3	0.0001	0.0001	0.9968	0.0001	0.9967	78.7834	79.0363	54	0.0025	0.0025	0.9551	0.0024	0.9539	28.5875	29.9315
4	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9966	77.7866	78.0447	55	0.0029	0.0029	0.9527	0.0028	0.9513	27.6336	29.0063
5	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9966	76.79	77.0517	56	0.003	0.003	0.9499	0.0029	0.9485	26.6823	28.0895
6	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9965	75.7934	76.0573	57	0.0035	0.0035	0.947	0.0033	0.9454	25.7338	27.1734
7	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9964	74.7969	75.0621	58	0.0038	0.0038	0.9437	0.0036	0.9419	24.7885	26.2666
8	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9964	73.8005	74.0667	59	0.0043	0.0042	0.9401	0.004	0.9381	23.8465	25.3651
9	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9963	72.8041	73.0711	60	0.0048	0.0048	0.9361	0.0045	0.9339	22.9084	24.4712
10	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9962	71.8078	72.0759	61	0.0055	0.0055	0.9316	0.0051	0.9291	21.9745	23.5871
11	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9962	70.8116	71.0808	62	0.0058	0.0057	0.9265	0.0053	0.9239	21.0454	22.7138
12	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9961	69.8154	70.0848	63	0.0065	0.0065	0.9212	0.006	0.9182	20.1215	21.8422
13	0.0001	0.0001	0.9961	0.0001	0.996	68.8193	69.0901	64	0.0072	0.0072	0.9153	0.0066	0.912	19.2033	20.9815
14	0.0001	0.0001	0.996	0.0001	0.9959	67.8232	68.0966	65	0.008	0.008	0.9087	0.0072	0.9051	18.2913	20.1296
15	0.0002	0.0002	0.9959	0.0002	0.9958	66.8273	67.1039	66	0.0095	0.0095	0.9014	0.0085	0.8972	17.3863	19.2874
16	0.0002	0.0002	0.9957	0.0002	0.9956	65.8315	66.1165	67	0.0102	0.0102	0.8929	0.0091	0.8883	16.4891	18.4672
17	0.0004	0.0004	0.9955	0.0004	0.9953	64.8359	65.1313	68	0.0114	0.0114	0.8838	0.01	0.8788	15.6008	17.6518
18	0.0005	0.0005	0.9951	0.0005	0.9949	63.8406	64.1547	69	0.0124	0.0123	0.8738	0.0108	0.8684	14.722	16.8488
19	0.0005	0.0005	0.9946	0.0005	0.9944	62.8458	63.1851	70	0.0144	0.0143	0.863	0.0124	0.8568	13.8536	16.0527
20	0.0006	0.0006	0.9941	0.0005	0.9938	61.8514	62.2176	71	0.016	0.0159	0.8507	0.0135	0.8439	12.9968	15.2785
21	0.0006	0.0006	0.9936	0.0006	0.9933	60.8576	61.2517	72	0.0174	0.0173	0.8372	0.0145	0.8299	12.1529	14.5169
22	0.0006	0.0006	0.993	0.0006	0.9927	59.8643	60.2878	73	0.0199	0.0197	0.8227	0.0162	0.8146	11.3229	13.7631
23	0.0007	0.0007	0.9924	0.0007	0.992	58.8716	59.3222	74	0.0222	0.022	0.8065	0.0177	0.7976	10.5083	13.0295
24	0.0007	0.0007	0.9917	0.0007	0.9913	57.8796	58.3654	75	0.0248	0.0245	0.7888	0.0193	0.7791	9.7107	12.3113
25	0.0008	0.0008	0.9909	0.0008	0.9906	56.8883	57.4081	76	0.0282	0.0278	0.7695	0.0214	0.7587	8.9316	11.6075
26	0.0009	0.0009	0.9902	0.0009	0.9897	55.8977	56.4523	77	0.0328	0.0323	0.7481	0.0241	0.736	8.1729	10.9249
27	0.0009	0.0009	0.9893	0.0009	0.9889	54.908	55.5014	78	0.0358	0.0352	0.724	0.0255	0.7111	7.4369	10.2725
28	0.0009	0.0009	0.9884	0.0009	0.988	53.9191	54.55	79	0.0414	0.0406	0.6985	0.0283	0.6842	6.7258	9.6293
29	0.0009	0.0009	0.9876	0.0009	0.9871	52.9311	53.5982	80	0.0472	0.0461	0.6701	0.0309	0.6545	6.0416	9.0156
30	0.001	0.001	0.9866	0.001	0.9861	51.944	52.6485	81	0.0553	0.0538	0.6392	0.0344	0.6219	5.387	8.4275
31	0.001	0.001	0.9856	0.001	0.9851	50.9579	51.7012	82	0.0605	0.0587	0.6048	0.0355	0.5869	4.7652	7.8787
32	0.0011	0.0011	0.9846	0.001	0.9841	49.9728	50.7527	83	0.0682	0.0659	0.5693	0.0375	0.5503	4.1783	7.3391
33	0.0011	0.0011	0.9836	0.0011	0.9831	48.9886	49.8058	84	0.0776	0.0747	0.5318	0.0397	0.5117	3.6279	6.8222
34	0.001	0.001	0.9825	0.001	0.982	48.0056	48.8588	85	0.0905	0.0865	0.4921	0.0426	0.4705	3.1163	6.3329
35	0.001	0.001	0.9815	0.001	0.981	47.0235	47.9083	86	0.0994	0.0946	0.4495	0.0425	0.4279	2.6458	5.8858
36	0.0011	0.0011	0.9805	0.001	0.98	46.0425	46.9573	87	0.1135	0.1073	0.407	0.0437	0.3848	2.2179	5.4493
37	0.001	0.001	0.9795	0.001	0.979	45.0625	46.0068	88	0.1282	0.1204	0.3633	0.0437	0.341	1.8331	5.0452
38	0.001	0.001	0.9785	0.001	0.978	44.0835	45.0534	89	0.1405	0.1311	0.3196	0.0419	0.2982	1.4921	4.6685
39	0.001	0.001	0.9775	0.001	0.977	43.1056	44.0979	90	0.1641	0.1513	0.2777	0.042	0.2561	1.1939	4.2993
40	0.0012	0.0012	0.9765	0.0011	0.9759	42.1286	43.1434	91	0.1856	0.1694	0.2357	0.0399	0.2151	0.9378	3.9793
41	0.0012	0.0012	0.9754	0.0012	0.9748	41.1527	42.1927	92	0.2033	0.1839	0.1958	0.036	0.1771	0.7227	3.692
42	0.0011	0.0011	0.9742	0.0011	0.9736	40.1779	41.2425	93	0.2233	0.2001	0.1597	0.032	0.1432	0.5456	3.4153
43	0.0012	0.0012	0.9731	0.0012	0.9725	39.2042	40.2878	94	0.2535	0.2239	0.1278	0.0286	0.1129	0.4024	3.1493
44	0.0013	0.0013	0.9719	0.0013	0.9713	38.2317	39.3372	95	0.2865	0.2491	0.0992	0.0247	0.0862	0.2895	2.9197
45	0.0014	0.0014	0.9706	0.0013	0.97	37.2605	38.3875	96	0.2977	0.2575	0.0745	0.0192	0.0644	0.2033	2.7302
46	0.0014	0.0014	0.9693	0.0014	0.9686	36.2905	37.44	97	0.3585	0.3012	0.0553	0.0167	0.0465	0.1389	2.5121
47	0.0015	0.0015	0.9679	0.0014	0.9672	35.3219	36.4926	98	0.367	0.3072	0.0386	0.0119	0.0323	0.0924	2.3925
48	0.0017	0.0017	0.9665	0.0016	0.9657	34.3547	35.5464	99	0.3617	0.3035	0.0268	0.0081	0.0225	0.0601	2.2451
49	0.0017	0.0017	0.9649	0.0016	0.9641	33.389	34.6046	100	0.4954	1	0.0186	0.0186	0.0376	0.0376	2.0185
50	0.0019	0.0019	0.9633	0.0018	0.9624	32.425	33.6617								

Tabla 6: Tabla de mortalidad para el género masculino en el año 2018

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex	Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0027	0.0027	1	0.0027	0.9975	81.9992	81.9992	51	0.002	0.002	0.9623	0.0019	0.9613	31.6707	32.9124
1	0.0002	0.0002	0.9973	0.0002	0.9972	81.0017	81.2205	52	0.002	0.002	0.9603	0.0019	0.9594	30.7094	31.978
2	0.0002	0.0002	0.9971	0.0002	0.997	80.0045	80.2391	53	0.0024	0.0024	0.9584	0.0023	0.9573	29.7501	31.042
3	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9969	79.0075	79.2511	54	0.0024	0.0024	0.9561	0.0023	0.955	28.7928	30.114
4	0.0001	0.0001	0.9968	0.0001	0.9968	78.0106	78.2592	55	0.0028	0.0028	0.9538	0.0027	0.9524	27.8378	29.1867
5	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9967	77.0138	77.2659	56	0.0029	0.0029	0.9511	0.0028	0.9497	26.8854	28.2677
6	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9966	76.0171	76.2713	57	0.0034	0.0034	0.9483	0.0032	0.9467	25.9357	27.3492
7	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9966	75.0205	75.276	58	0.0037	0.0037	0.9451	0.0035	0.9434	24.989	26.4398
8	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9965	74.0239	74.2804	59	0.0041	0.0041	0.9416	0.0039	0.9397	24.0456	25.5356
9	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9965	73.0274	73.2846	60	0.0047	0.0047	0.9378	0.0044	0.9356	23.1059	24.6387
10	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9964	72.031	72.2893	61	0.0053	0.0053	0.9334	0.0049	0.931	22.1703	23.7516
11	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9963	71.0346	71.294	62	0.0056	0.0056	0.9285	0.0052	0.9259	21.2393	22.8752
12	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9963	70.0382	70.2979	63	0.0063	0.0063	0.9233	0.0058	0.9204	20.3134	22.0001
13	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9962	69.042	69.3029	64	0.007	0.0069	0.9175	0.0064	0.9144	19.393	21.1357
14	0.0001	0.0001	0.9961	0.0001	0.9961	68.0458	68.3092	65	0.0077	0.0077	0.9112	0.007	0.9077	18.4786	20.2801
15	0.0002	0.0002	0.996	0.0002	0.9959	67.0497	67.3163	66	0.0092	0.0092	0.9041	0.0083	0.9	17.5709	19.4338
16	0.0002	0.0002	0.9959	0.0002	0.9957	66.0537	66.3286	67	0.0099	0.0099	0.8958	0.0088	0.8914	16.671	18.6097
17	0.0004	0.0004	0.9956	0.0003	0.9955	65.058	65.3429	68	0.0111	0.011	0.887	0.0098	0.8821	15.7796	17.7899
18	0.0005	0.0005	0.9953	0.0005	0.9951	64.0625	64.3656	69	0.012	0.0119	0.8772	0.0105	0.872	14.8974	16.9824
19	0.0005	0.0005	0.9948	0.0005	0.9946	63.0674	63.3951	70	0.014	0.0139	0.8668	0.0121	0.8607	14.0255	16.1815
20	0.0005	0.0005	0.9943	0.0005	0.9941	62.0729	62.4265	71	0.0155	0.0154	0.8547	0.0132	0.8481	13.1647	15.4027
21	0.0006	0.0006	0.9938	0.0006	0.9935	61.0788	61.4597	72	0.0169	0.0168	0.8415	0.0141	0.8345	12.3166	14.6362
22	0.0006	0.0006	0.9932	0.0006	0.9929	60.0853	60.495	73	0.0193	0.0191	0.8274	0.0158	0.8195	11.4821	13.8771
23	0.0007	0.0007	0.9927	0.0007	0.9923	59.0923	59.5286	74	0.0216	0.0214	0.8116	0.0174	0.8029	10.6626	13.1381
24	0.0007	0.0007	0.992	0.0007	0.9916	58.1	58.5711	75	0.0241	0.0238	0.7942	0.0189	0.7847	9.8598	12.4144
25	0.0008	0.0008	0.9912	0.0008	0.9909	57.1084	57.6132	76	0.0274	0.0271	0.7753	0.021	0.7648	9.075	11.705
26	0.0009	0.0009	0.9905	0.0009	0.9901	56.1176	56.6569	77	0.032	0.0315	0.7543	0.0238	0.7424	8.3102	11.0167
27	0.0009	0.0009	0.9896	0.0009	0.9892	55.1275	55.7056	78	0.035	0.0344	0.7306	0.0251	0.718	7.5679	10.3588
28	0.0009	0.0009	0.9888	0.0009	0.9883	54.1383	54.7538	79	0.0405	0.0397	0.7055	0.028	0.6914	6.8499	9.7096
29	0.0009	0.0009	0.9879	0.0009	0.9874	53.15	53.8017	80	0.0462	0.0451	0.6775	0.0306	0.6621	6.1585	9.0901
30	0.001	0.001	0.987	0.001	0.9865	52.1626	52.8518	81	0.0543	0.0528	0.6469	0.0342	0.6297	5.4964	8.4965
31	0.001	0.001	0.986	0.001	0.9855	51.1761	51.9043	82	0.0593	0.0576	0.6127	0.0353	0.5949	4.8668	7.9428
32	0.001	0.001	0.985	0.001	0.9845	50.1906	50.9557	83	0.0669	0.0647	0.5775	0.0374	0.5586	4.2718	7.3977
33	0.0011	0.0011	0.984	0.001	0.9834	49.2062	50.0085	84	0.0762	0.0734	0.5401	0.0396	0.52	3.7133	6.8754
34	0.001	0.001	0.9829	0.001	0.9824	48.2227	49.0614	85	0.089	0.0852	0.5005	0.0426	0.4788	3.1933	6.3807
35	0.001	0.001	0.9819	0.001	0.9814	47.2403	48.1107	86	0.0978	0.0931	0.4578	0.0426	0.4362	2.7144	5.929
36	0.0011	0.0011	0.9809	0.001	0.9804	46.2589	47.1593	87	0.1118	0.1058	0.4152	0.0439	0.3928	2.2783	5.4874
37	0.001	0.001	0.9799	0.001	0.9794	45.2785	46.2085	88	0.1266	0.1189	0.3713	0.0442	0.3487	1.8855	5.0786
38	0.001	0.001	0.9789	0.001	0.9784	44.2991	45.2546	89	0.1387	0.1295	0.3271	0.0424	0.3054	1.5368	4.6981
39	0.001	0.001	0.9779	0.001	0.9774	43.3207	44.2986	90	0.1623	0.1498	0.2847	0.0427	0.2628	1.2313	4.3243
40	0.0011	0.0011	0.9769	0.0011	0.9764	42.3433	43.3434	91	0.184	0.168	0.2421	0.0407	0.2211	0.9685	4.0007
41	0.0012	0.0012	0.9758	0.0011	0.9752	41.3669	42.3921	92	0.2014	0.1824	0.2014	0.0367	0.1824	0.7474	3.7108
42	0.0011	0.0011	0.9747	0.0011	0.9741	40.3917	41.4413	93	0.2212	0.1985	0.1647	0.0327	0.1477	0.5649	3.4309
43	0.0012	0.0012	0.9736	0.0012	0.973	39.4175	40.4857	94	0.2518	0.2226	0.132	0.0294	0.1167	0.4172	3.1612
44	0.0013	0.0013	0.9724	0.0012	0.9718	38.4445	39.5342	95	0.285	0.248	0.1026	0.0254	0.0893	0.3005	2.9291
45	0.0013	0.0013	0.9712	0.0013	0.9706	37.4727	38.5835	96	0.2955	0.2559	0.0772	0.0197	0.0668	0.2113	2.738
46	0.0014	0.0014	0.9699	0.0013	0.9692	36.5021	37.6349	97	0.3574	0.3005	0.0574	0.0173	0.0483	0.1445	2.516
47	0.0015	0.0015	0.9686	0.0014	0.9679	35.5329	36.6864	98	0.3654	0.3061	0.0402	0.0123	0.0336	0.0962	2.395
48	0.0016	0.0016	0.9672	0.0016	0.9664	34.5651	35.7389	99	0.3595	0.3019	0.0279	0.0084	0.0234	0.0625	2.2442
49	0.0016	0.0016	0.9656	0.0016	0.9648	33.5987	34.7958	100	0.4971	1	0.0195	0.0195	0.0391	0.0391	2.0116
50	0.0018	0.0018	0.964	0.0018	0.9632	32.6339	33.8514								

Tabla 7: Tabla de mortalidad el género masculino en el año 2019

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0026	0.0026	1	0.0026	0.9976	82.2206	82.2206
1	0.0002	0.0002	0.9974	0.0002	0.9973	81.2231	81.4338
2	0.0001	0.0001	0.9972	0.0001	0.9971	80.2258	80.4518
3	0.0001	0.0001	0.997	0.0001	0.997	79.2287	79.4634
4	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9969	78.2317	78.4711
5	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9968	77.2348	77.4776
6	0.0001	0.0001	0.9968	0.0001	0.9968	76.2379	76.4827
7	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9967	75.2412	75.4872
8	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9967	74.2444	74.4915
9	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9966	73.2478	73.4955
10	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9965	72.2512	72.5001
11	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9965	71.2547	71.5046
12	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9964	70.2582	70.5083
13	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9963	69.2618	69.5132
14	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9962	68.2654	68.5193
15	0.0002	0.0002	0.9962	0.0002	0.9961	67.2692	67.5262
16	0.0002	0.0002	0.996	0.0002	0.9959	66.2731	66.5381
17	0.0003	0.0003	0.9958	0.0003	0.9956	65.2772	65.552
18	0.0004	0.0004	0.9955	0.0004	0.9952	64.2815	64.574
19	0.0005	0.0005	0.995	0.0005	0.9948	63.2863	63.6026
20	0.0005	0.0005	0.9945	0.0005	0.9943	62.2915	62.6331
21	0.0006	0.0006	0.994	0.0006	0.9937	61.2972	61.6654
22	0.0005	0.0005	0.9935	0.0005	0.9932	60.3034	60.6998
23	0.0007	0.0007	0.9929	0.0007	0.9926	59.3102	59.7326
24	0.0007	0.0007	0.9922	0.0007	0.9919	58.3177	58.7744
25	0.0008	0.0008	0.9915	0.0007	0.9911	57.3258	57.8159
26	0.0009	0.0009	0.9908	0.0008	0.9904	56.3346	56.8591
27	0.0009	0.0009	0.9899	0.0009	0.9895	55.3443	55.9074
28	0.0009	0.0009	0.9891	0.0009	0.9886	54.3548	54.9553
29	0.0009	0.0009	0.9882	0.0009	0.9877	53.3661	54.0029
30	0.001	0.001	0.9873	0.001	0.9868	52.3784	53.0527
31	0.001	0.001	0.9863	0.001	0.9858	51.3916	52.1051
32	0.001	0.001	0.9853	0.001	0.9848	50.4058	51.1562
33	0.0011	0.0011	0.9843	0.001	0.9838	49.421	50.2089
34	0.001	0.001	0.9833	0.001	0.9828	48.4372	49.2616
35	0.001	0.001	0.9823	0.001	0.9818	47.4544	48.3106
36	0.001	0.001	0.9813	0.001	0.9808	46.4726	47.3589
37	0.001	0.001	0.9803	0.001	0.9798	45.4918	46.4078
38	0.001	0.001	0.9793	0.0009	0.9788	44.5121	45.4534
39	0.001	0.001	0.9783	0.001	0.9779	43.5333	44.4969
40	0.0011	0.0011	0.9774	0.0011	0.9768	42.5554	43.5411
41	0.0012	0.0012	0.9763	0.0011	0.9757	41.5786	42.5892
42	0.0011	0.0011	0.9751	0.001	0.9746	40.6029	41.6378
43	0.0012	0.0012	0.9741	0.0012	0.9735	39.6283	40.6813
44	0.0012	0.0012	0.973	0.0012	0.9724	38.6547	39.7289
45	0.0013	0.0013	0.9718	0.0013	0.9711	37.6823	38.7772
46	0.0013	0.0013	0.9705	0.0013	0.9698	36.7112	37.8276
47	0.0014	0.0014	0.9692	0.0014	0.9685	35.7414	36.8778
48	0.0016	0.0016	0.9678	0.0015	0.9671	34.7729	35.9292
49	0.0016	0.0016	0.9663	0.0015	0.9655	33.8058	34.9847
50	0.0018	0.0018	0.9648	0.0017	0.9639	32.8403	34.0388
51	0.002	0.002	0.9631	0.0019	0.9621	31.8763	33.0983
52	0.002	0.002	0.9612	0.0019	0.9603	30.9142	32.1622
53	0.0023	0.0023	0.9593	0.0022	0.9582	29.9539	31.2244
54	0.0024	0.0024	0.9571	0.0023	0.956	28.9957	30.2945
55	0.0027	0.0027	0.9549	0.0026	0.9536	28.0397	29.3651
56	0.0028	0.0028	0.9523	0.0027	0.9509	27.0862	28.444
57	0.0033	0.0033	0.9496	0.0031	0.948	26.1352	27.5232
58	0.0036	0.0036	0.9465	0.0034	0.9448	25.1872	26.6113
59	0.004	0.004	0.9431	0.0037	0.9413	24.2424	25.7044
60	0.0045	0.0045	0.9394	0.0042	0.9373	23.3012	24.8046
61	0.0051	0.0051	0.9352	0.0048	0.9328	22.3639	23.9145
62	0.0054	0.0054	0.9304	0.005	0.9279	21.4311	23.0351
63	0.0061	0.0061	0.9254	0.0056	0.9226	20.5032	22.1566
64	0.0067	0.0067	0.9198	0.0062	0.9167	19.5807	21.2886
65	0.0075	0.0075	0.9136	0.0068	0.9102	18.664	20.4293
66	0.009	0.0089	0.9068	0.0081	0.9027	17.7538	19.579
67	0.0096	0.0095	0.8987	0.0086	0.8944	16.8511	18.751
68	0.0107	0.0107	0.8901	0.0095	0.8853	15.9567	17.9269
69	0.0116	0.0116	0.8806	0.0102	0.8755	15.0713	17.1151
70	0.0136	0.0135	0.8704	0.0118	0.8645	14.1959	16.3095
71	0.0151	0.015	0.8586	0.0129	0.8522	13.3313	15.526
72	0.0164	0.0163	0.8458	0.0138	0.8389	12.4791	14.7548
73	0.0188	0.0186	0.832	0.0155	0.8243	11.6402	13.9905
74	0.021	0.0208	0.8165	0.017	0.808	10.816	13.2462
75	0.0234	0.0232	0.7995	0.0185	0.7902	10.0079	12.5171
76	0.0267	0.0264	0.781	0.0206	0.7707	9.2177	11.8021
77	0.0312	0.0307	0.7604	0.0234	0.7487	8.447	11.1081
78	0.0341	0.0335	0.7371	0.0247	0.7246	7.6983	10.4447
79	0.0395	0.0388	0.7124	0.0276	0.6985	6.9737	9.7896
80	0.0452	0.0442	0.6847	0.0303	0.6695	6.2752	9.1644
81	0.0533	0.0519	0.6545	0.034	0.6373	5.6057	8.5652
82	0.0581	0.0565	0.6205	0.035	0.6028	4.9684	8.0068
83	0.0656	0.0635	0.5855	0.0372	0.5667	4.3655	7.4563
84	0.0748	0.0721	0.5483	0.0395	0.5283	3.7989	6.9285
85	0.0876	0.0839	0.5088	0.0427	0.4871	3.2706	6.4284
86	0.0962	0.0917	0.4661	0.0427	0.4444	2.7835	5.972
87	0.1102	0.1044	0.4233	0.0442	0.4008	2.3391	5.5254
88	0.125	0.1175	0.3792	0.0446	0.3564	1.9383	5.1121
89	0.1368	0.1279	0.3346	0.0428	0.3127	1.5819	4.7277
90	0.1606	0.1484	0.2918	0.0433	0.2696	1.2691	4.3492
91	0.1823	0.1667	0.2485	0.0414	0.2272	0.9996	4.0221
92	0.1995	0.1809	0.2071	0.0375	0.1877	0.7724	3.7296
93	0.2192	0.1969	0.1696	0.0334	0.1523	0.5846	3.4464
94	0.2501	0.2213	0.1362	0.0301	0.1205	0.4323	3.1732
95	0.2836	0.2469	0.1061	0.0262	0.0924	0.3118	2.9386
96	0.2934	0.2543	0.0799	0.0203	0.0692	0.2194	2.7458
97	0.3564	0.2998	0.0596	0.0179	0.0501	0.1501	2.5199
98	0.3638	0.305	0.0417	0.0127	0.035	0.1	2.3975
99	0.3573	0.3004	0.029	0.0087	0.0244	0.065	2.2434
100	0.4988	1	0.0203	0.0203	0.0407	0.0407	2.0048

Tabla 8: Tabla de mortalidad para el género masculino en el año 2020

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0025	0.0025	1	0.0025	0.9977	82.4392	82.4392
1	0.0002	0.0002	0.9975	0.0002	0.9974	81.4415	81.6445
2	0.0001	0.0001	0.9973	0.0001	0.9972	80.4441	80.6618
3	0.0001	0.0001	0.9972	0.0001	0.9971	79.4469	79.673
4	0.0001	0.0001	0.9971	0.0001	0.997	78.4498	78.6804
5	0.0001	0.0001	0.997	0.0001	0.997	77.4528	77.6867
6	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9969	76.4558	76.6916
7	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9968	75.4589	75.6959
8	0.0001	0.0001	0.9968	0.0001	0.9968	74.4621	74.7
9	0.0001	0.0001	0.9968	0.0001	0.9967	73.4653	73.7039
10	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9967	72.4685	72.7083
11	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9966	71.4719	71.7127
12	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9966	70.4752	70.7163
13	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9965	69.4787	69.721
14	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9964	68.4822	68.7269
15	0.0002	0.0002	0.9963	0.0002	0.9963	67.4858	67.7336
16	0.0002	0.0002	0.9962	0.0002	0.9961	66.4896	66.7452
17	0.0003	0.0003	0.996	0.0003	0.9958	65.4935	65.7586
18	0.0004	0.0004	0.9956	0.0004	0.9954	64.4977	64.7799
19	0.0005	0.0005	0.9952	0.0005	0.995	63.5023	63.8076
20	0.0005	0.0005	0.9947	0.0005	0.9945	62.5073	62.8372
21	0.0005	0.0005	0.9942	0.0005	0.994	61.5128	61.8687
22	0.0005	0.0005	0.9937	0.0005	0.9934	60.5188	60.9022
23	0.0007	0.0007	0.9932	0.0007	0.9928	59.5254	59.9342
24	0.0007	0.0007	0.9925	0.0007	0.9921	58.5325	58.9754
25	0.0007	0.0007	0.9918	0.0007	0.9914	57.5404	58.0163
26	0.0008	0.0008	0.9911	0.0008	0.9906	56.549	57.0589
27	0.0009	0.0009	0.9902	0.0008	0.9898	55.5583	56.1069
28	0.0009	0.0009	0.9894	0.0009	0.9889	54.5685	55.1544
29	0.0009	0.0009	0.9885	0.0009	0.9881	53.5796	54.2018
30	0.001	0.001	0.9876	0.001	0.9871	52.5915	53.2512
31	0.001	0.001	0.9866	0.001	0.9861	51.6044	52.3035
32	0.001	0.001	0.9857	0.001	0.9852	50.6182	51.3544
33	0.0011	0.0011	0.9846	0.001	0.9841	49.6331	50.4069
34	0.001	0.001	0.9836	0.001	0.9831	48.6489	49.4595
35	0.001	0.001	0.9826	0.001	0.9821	47.6658	48.5082
36	0.001	0.001	0.9817	0.001	0.9811	46.6837	47.5562
37	0.001	0.001	0.9806	0.001	0.9802	45.7025	46.6047
38	0.0009	0.0009	0.9797	0.0009	0.9792	44.7224	45.6499
39	0.001	0.001	0.9788	0.001	0.9783	43.7431	44.6928
40	0.0011	0.0011	0.9778	0.0011	0.9772	42.7649	43.7364
41	0.0011	0.0011	0.9767	0.0011	0.9762	41.7876	42.784
42	0.001	0.001	0.9756	0.001	0.9751	40.8115	41.8319
43	0.0012	0.0012	0.9746	0.0011	0.974	39.8364	40.8746
44	0.0012	0.0012	0.9735	0.0012	0.9729	38.8623	39.9212
45	0.0013	0.0013	0.9723	0.0012	0.9717	37.8894	38.9686
46	0.0013	0.0013	0.9711	0.0013	0.9704	36.9178	38.018
47	0.0014	0.0014	0.9698	0.0013	0.9691	35.9473	37.0671
48	0.0015	0.0015	0.9685	0.0015	0.9677	34.9782	36.1172
49	0.0015	0.0015	0.967	0.0015	0.9663	34.0105	35.1714
50	0.0017	0.0017	0.9655	0.0017	0.9647	33.0442	34.2241

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
51	0.0019	0.0019	0.9639	0.0018	0.963	32.0795	33.282
52	0.0019	0.0019	0.962	0.0018	0.9611	31.1166	32.3444
53	0.0022	0.0022	0.9602	0.0021	0.9592	30.1554	31.4048
54	0.0023	0.0023	0.9581	0.0022	0.957	29.1963	30.473
55	0.0026	0.0026	0.9559	0.0025	0.9547	28.2393	29.5416
56	0.0027	0.0027	0.9534	0.0026	0.9521	27.2846	28.6184
57	0.0031	0.0031	0.9508	0.003	0.9493	26.3325	27.6953
58	0.0034	0.0034	0.9478	0.0033	0.9462	25.3832	26.781
59	0.0038	0.0038	0.9446	0.0036	0.9427	24.437	25.8714
60	0.0044	0.0044	0.9409	0.0041	0.9389	23.4943	24.9689
61	0.005	0.005	0.9368	0.0046	0.9345	22.5554	24.0758
62	0.0052	0.0052	0.9322	0.0048	0.9298	21.6209	23.1934
63	0.0059	0.0059	0.9274	0.0054	0.9247	20.6911	22.3116
64	0.0065	0.0065	0.9219	0.006	0.9189	19.7664	21.4401
65	0.0072	0.0072	0.9159	0.0066	0.9126	18.8475	20.5771
66	0.0087	0.0087	0.9093	0.0079	0.9054	17.9348	19.723
67	0.0093	0.0092	0.9014	0.0083	0.8973	17.0294	18.8912
68	0.0104	0.0104	0.8931	0.0093	0.8885	16.1322	18.0629
69	0.0113	0.0112	0.8839	0.0099	0.8789	15.2437	17.2468
70	0.0132	0.0131	0.874	0.0115	0.8682	14.3648	16.4366
71	0.0147	0.0146	0.8625	0.0126	0.8562	13.4966	15.6484
72	0.0159	0.0158	0.8499	0.0134	0.8432	12.6404	14.8726
73	0.0183	0.0181	0.8365	0.0151	0.8289	11.7972	14.1032
74	0.0204	0.0202	0.8214	0.0166	0.8131	10.9682	13.3537
75	0.0228	0.0225	0.8047	0.0181	0.7956	10.1552	12.6192
76	0.026	0.0257	0.7866	0.0202	0.7765	9.3595	11.8987
77	0.0305	0.03	0.7664	0.023	0.7548	8.5831	11.1991
78	0.0332	0.0327	0.7434	0.0243	0.7312	7.8282	10.5303
79	0.0386	0.0379	0.7191	0.0272	0.7054	7.0971	9.8695
80	0.0442	0.0433	0.6919	0.0299	0.6768	6.3917	9.2385
81	0.0523	0.0509	0.6619	0.0337	0.6449	5.7149	8.6339
82	0.057	0.0554	0.6282	0.0348	0.6106	5.07	8.0706
83	0.0644	0.0623	0.5934	0.037	0.5747	4.4594	7.5148
84	0.0735	0.0708	0.5564	0.0394	0.5365	3.8846	6.9815
85	0.0863	0.0826	0.517	0.0427	0.4953	3.3482	6.4761
86	0.0947	0.0903	0.4743	0.0428	0.4525	2.8528	6.0151
87	0.1086	0.1029	0.4314	0.0444	0.4088	2.4003	5.5635
88	0.1234	0.1161	0.387	0.0449	0.3641	1.9915	5.1456
89	0.135	0.1263	0.3421	0.0432	0.32	1.6274	4.7572
90	0.1588	0.1469	0.2989	0.0439	0.2764	1.3074	4.3742
91	0.1807	0.1653	0.255	0.0422	0.2333	1.031	4.0435
92	0.1977	0.1794	0.2128	0.0382	0.1931	0.7978	3.7483
93	0.2173	0.1953	0.1747	0.0341	0.157	0.6046	3.4619
94	0.2484	0.2199	0.1405	0.0309	0.1245	0.4477	3.1851
95	0.2821	0.2458	0.1096	0.027	0.0955	0.3232	2.948
96	0.2913	0.2527	0.0827	0.0209	0.0717	0.2277	2.7536
97	0.3554	0.2991	0.0618	0.0185	0.052	0.1559	2.5238
98	0.3622	0.3039	0.0433	0.0132	0.0363	0.1039	2.4
99	0.3551	0.2989	0.0301	0.009	0.0254	0.0676	2.2425
100	0.5005	1	0.0211	0.0211	0.0422	0.0422	1.9979

ANEXO D

TABLAS DE MORTALIDAD PARA EL GÉNERO FEMENINO

Tabla 1: Tabla de mortalidad para el género femenino en el año 2013

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0028	0.0028	1	0.0028	0.9973	85.0654	85.0654
1	0.0002	0.0002	0.9972	0.0002	0.997	84.0681	84.3072
2	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9969	83.071	83.3275
3	0.0001	0.0001	0.9968	0.0001	0.9967	82.0742	82.338
4	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9966	81.0774	81.3468
5	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9966	80.0808	80.3538
6	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9965	79.0842	79.3601
7	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9964	78.0877	78.3652
8	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9964	77.0913	77.3695
9	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9963	76.0949	76.3738
10	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9963	75.0986	75.3785
11	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9962	74.1023	74.3827
12	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9961	73.1061	73.3868
13	0.0001	0.0001	0.9961	0.0001	0.9961	72.11	72.392
14	0.0001	0.0001	0.996	0.0001	0.996	71.1139	71.3979
15	0.0001	0.0001	0.9959	0.0001	0.9958	70.118	70.4055
16	0.0002	0.0002	0.9958	0.0002	0.9957	69.1221	69.4153
17	0.0002	0.0002	0.9956	0.0002	0.9955	68.1264	68.4281
18	0.0002	0.0002	0.9954	0.0002	0.9952	67.131	67.4432
19	0.0002	0.0002	0.9951	0.0002	0.995	66.1357	66.4595
20	0.0003	0.0003	0.9949	0.0003	0.9947	65.1407	65.4753
21	0.0002	0.0002	0.9946	0.0002	0.9945	64.146	64.4948
22	0.0003	0.0003	0.9943	0.0003	0.9942	63.1515	63.5107
23	0.0003	0.0003	0.9941	0.0003	0.994	62.1573	62.527
24	0.0003	0.0003	0.9938	0.0003	0.9937	61.1633	61.5434
25	0.0003	0.0003	0.9936	0.0003	0.9934	60.1696	60.5599
26	0.0003	0.0003	0.9933	0.0003	0.9931	59.1762	59.5779
27	0.0003	0.0003	0.993	0.0003	0.9928	58.1831	58.5951
28	0.0003	0.0003	0.9927	0.0003	0.9925	57.1903	57.6132
29	0.0003	0.0003	0.9924	0.0003	0.9922	56.1978	56.6301
30	0.0004	0.0004	0.992	0.0004	0.9919	55.2056	55.6491
31	0.0004	0.0004	0.9917	0.0004	0.9915	54.2137	54.6687
32	0.0004	0.0004	0.9913	0.0004	0.9911	53.2222	53.688
33	0.0004	0.0004	0.991	0.0004	0.9908	52.2311	52.7077
34	0.0004	0.0004	0.9906	0.0004	0.9904	51.2403	51.7276
35	0.0004	0.0004	0.9902	0.0004	0.99	50.2499	50.7487
36	0.0005	0.0005	0.9897	0.0005	0.9895	49.26	49.7705
37	0.0005	0.0005	0.9893	0.0005	0.989	48.2705	48.7946
38	0.0006	0.0006	0.9888	0.0006	0.9885	47.2815	47.8185
39	0.0006	0.0006	0.9882	0.0006	0.9879	46.293	46.846
40	0.0006	0.0006	0.9876	0.0006	0.9873	45.3051	45.8729
41	0.0007	0.0007	0.987	0.0007	0.9866	44.3178	44.9021
42	0.0007	0.0007	0.9863	0.0007	0.9859	43.3311	43.9338
43	0.0008	0.0008	0.9856	0.0008	0.9852	42.3452	42.9632
44	0.0008	0.0008	0.9848	0.0008	0.9844	41.36	41.9963
45	0.0009	0.0009	0.984	0.0009	0.9835	40.3755	41.0315
46	0.001	0.001	0.9831	0.001	0.9826	39.392	40.0698
47	0.0011	0.0011	0.9821	0.0011	0.9815	38.4094	39.1105
48	0.0012	0.0012	0.981	0.0012	0.9804	37.4279	38.1541
49	0.0013	0.0013	0.9798	0.0013	0.9791	36.4475	37.2002
50	0.0014	0.0014	0.9785	0.0014	0.9778	35.4684	36.248
51	0.0016	0.0016	0.9771	0.0015	0.9763	34.4906	35.2998
52	0.0017	0.0017	0.9755	0.0016	0.9747	33.5143	34.3543
53	0.0019	0.0019	0.9739	0.0018	0.973	32.5396	33.4112
54	0.002	0.002	0.9721	0.002	0.9711	31.5666	32.4734
55	0.0022	0.0022	0.9701	0.0022	0.969	30.5955	31.5381
56	0.0024	0.0024	0.968	0.0023	0.9668	29.6264	30.6071
57	0.0027	0.0027	0.9656	0.0026	0.9644	28.6596	29.6792
58	0.003	0.003	0.9631	0.0029	0.9616	27.6953	28.7573
59	0.0032	0.0032	0.9602	0.0031	0.9587	26.7336	27.8413
60	0.0036	0.0036	0.9571	0.0035	0.9554	25.775	26.9301
61	0.0039	0.0039	0.9536	0.0037	0.9518	24.8196	26.0263
62	0.0044	0.0044	0.9499	0.0041	0.9478	23.8678	25.127
63	0.0047	0.0047	0.9457	0.0044	0.9435	22.92	24.2349
64	0.0052	0.0052	0.9413	0.0049	0.9389	21.9765	23.3466
65	0.0056	0.0056	0.9364	0.0052	0.9338	21.0376	22.4659
66	0.0065	0.0065	0.9312	0.006	0.9282	20.1038	21.5889
67	0.0071	0.0071	0.9252	0.0066	0.9219	19.1756	20.7261
68	0.0078	0.0078	0.9186	0.0072	0.915	18.2537	19.8709
69	0.0085	0.0085	0.9115	0.0078	0.9076	17.3387	19.0228
70	0.0095	0.0095	0.9037	0.0086	0.8994	16.4311	18.1818
71	0.0109	0.0108	0.8951	0.0097	0.8903	15.5316	17.3511
72	0.0119	0.0119	0.8855	0.0105	0.8802	14.6414	16.5354
73	0.0132	0.0131	0.875	0.0115	0.8692	13.7611	15.7279
74	0.015	0.0149	0.8635	0.0129	0.857	12.8919	14.9307
75	0.0166	0.0164	0.8506	0.014	0.8436	12.0349	14.1493
76	0.0186	0.0185	0.8366	0.0154	0.8288	11.1914	13.3775
77	0.0221	0.0219	0.8211	0.018	0.8121	10.3626	12.6198
78	0.0246	0.0243	0.8032	0.0195	0.7934	9.5504	11.8909
79	0.0278	0.0274	0.7837	0.0215	0.7729	8.7571	11.1747
80	0.0325	0.032	0.7622	0.0244	0.7499	7.9842	10.4759
81	0.0379	0.0372	0.7378	0.0274	0.724	7.2343	9.8058
82	0.0428	0.0419	0.7103	0.0298	0.6953	6.5104	9.1653
83	0.0493	0.0481	0.6805	0.0327	0.6641	5.815	8.5447
84	0.056	0.0544	0.6478	0.0353	0.63	5.151	7.9511
85	0.0641	0.0621	0.6126	0.038	0.5934	4.5209	7.3802
86	0.0732	0.0706	0.5746	0.0405	0.554	3.9276	6.8359
87	0.0864	0.0828	0.534	0.0442	0.5116	3.3735	6.3174
88	0.0996	0.0948	0.4898	0.0464	0.4662	2.862	5.8431
89	0.1106	0.1047	0.4434	0.0464	0.4197	2.3957	5.4034
90	0.1289	0.121	0.397	0.048	0.3724	1.976	4.9779
91	0.149	0.1384	0.3489	0.0483	0.3242	1.6036	4.5956
92	0.1706	0.1568	0.3006	0.0472	0.2764	1.2794	4.2555
93	0.1894	0.1725	0.2535	0.0437	0.2309	1.003	3.9567
94	0.2099	0.1893	0.2098	0.0397	0.1892	0.7721	3.6806
95	0.2365	0.2106	0.17	0.0358	0.1514	0.5828	3.4276
96	0.2568	0.2265	0.1342	0.0304	0.1184	0.4314	3.2141
97	0.2815	0.2453	0.1038	0.0255	0.0905	0.313	3.0151
98	0.3142	0.2696	0.0784	0.0211	0.0672	0.2225	2.8403
99	0.3328	0.2831	0.0572	0.0162	0.0487	0.1553	2.7138
100	0.3848	1	0.041	0.041	0.1066	0.1066	2.5988

Tabla 2: Tabla de mortalidad para el género femenino en el año 2014

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0027	0.0027	1	0.0027	0.9974	85.2568	85.2568
1	0.0002	0.0002	0.9973	0.0002	0.9972	84.2594	84.4897
2	0.0001	0.0001	0.997	0.0001	0.997	83.2622	83.5092
3	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9969	82.2652	82.5192
4	0.0001	0.0001	0.9968	0.0001	0.9968	81.2683	81.5277
5	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9967	80.2716	80.5345
6	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9966	79.2749	79.5406
7	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9966	78.2782	78.5455
8	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9965	77.2817	77.5496
9	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9965	76.2852	76.5537
10	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9964	75.2887	75.5583
11	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9964	74.2923	74.5623
12	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9963	73.2959	73.5663
13	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9962	72.2996	72.5714
14	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9961	71.3034	71.5771
15	0.0001	0.0001	0.9961	0.0001	0.996	70.3073	70.5845
16	0.0002	0.0002	0.9959	0.0002	0.9958	69.3113	69.5941
17	0.0002	0.0002	0.9958	0.0002	0.9956	68.3155	68.6066
18	0.0002	0.0002	0.9955	0.0002	0.9954	67.3198	67.6214
19	0.0002	0.0002	0.9953	0.0002	0.9952	66.3244	66.6373
20	0.0003	0.0003	0.9951	0.0003	0.9949	65.3292	65.6528
21	0.0002	0.0002	0.9948	0.0002	0.9947	64.3343	64.6719
22	0.0003	0.0003	0.9945	0.0003	0.9944	63.3396	63.6876
23	0.0003	0.0003	0.9943	0.0003	0.9942	62.3452	62.7036
24	0.0003	0.0003	0.994	0.0003	0.9939	61.351	61.7197
25	0.0003	0.0003	0.9938	0.0003	0.9936	60.3572	60.7359
26	0.0003	0.0003	0.9935	0.0003	0.9933	59.3635	59.7537
27	0.0003	0.0003	0.9932	0.0003	0.993	58.3702	58.7706
28	0.0003	0.0003	0.9929	0.0003	0.9927	57.3772	57.7885
29	0.0003	0.0003	0.9926	0.0003	0.9924	56.3844	56.8051
30	0.0003	0.0003	0.9923	0.0003	0.9921	55.392	55.8239
31	0.0004	0.0004	0.9919	0.0003	0.9917	54.3999	54.8432
32	0.0004	0.0004	0.9916	0.0004	0.9914	53.4082	53.8623
33	0.0004	0.0004	0.9912	0.0004	0.991	52.4168	52.8817
34	0.0004	0.0004	0.9908	0.0004	0.9906	51.4258	51.9012
35	0.0004	0.0004	0.9904	0.0004	0.9902	50.4351	50.9219
36	0.0005	0.0005	0.99	0.0005	0.9898	49.4449	49.9434
37	0.0005	0.0005	0.9895	0.0005	0.9893	48.4551	48.9671
38	0.0006	0.0006	0.9891	0.0006	0.9888	47.4658	47.9906
39	0.0006	0.0006	0.9885	0.0006	0.9882	46.477	47.0176
40	0.0006	0.0006	0.9879	0.0006	0.9876	45.4888	46.0439
41	0.0007	0.0007	0.9873	0.0007	0.987	44.5012	45.0726
42	0.0007	0.0007	0.9866	0.0007	0.9863	43.5142	44.1037
43	0.0008	0.0008	0.986	0.0007	0.9856	42.5279	43.1325
44	0.0008	0.0008	0.9852	0.0008	0.9848	41.5423	42.1648
45	0.0009	0.0009	0.9844	0.0009	0.984	40.5574	41.1992
46	0.001	0.001	0.9835	0.001	0.983	39.5735	40.2367
47	0.0011	0.0011	0.9825	0.0011	0.982	38.5904	39.2765
48	0.0012	0.0012	0.9815	0.0012	0.9809	37.6085	38.319
49	0.0013	0.0013	0.9803	0.0012	0.9797	36.6276	37.3641
50	0.0014	0.0014	0.979	0.0014	0.9784	35.6479	36.4107

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
51	0.0015	0.0015	0.9777	0.0015	0.9769	34.6695	35.4614
52	0.0016	0.0016	0.9762	0.0016	0.9754	33.6926	34.5146
53	0.0018	0.0018	0.9746	0.0018	0.9737	32.7172	33.5701
54	0.002	0.002	0.9728	0.0019	0.9719	31.7435	32.6308
55	0.0022	0.0022	0.9709	0.0021	0.9698	30.7717	31.6941
56	0.0023	0.0023	0.9688	0.0022	0.9677	29.8018	30.7615
57	0.0026	0.0026	0.9666	0.0025	0.9653	28.8341	29.8318
58	0.0029	0.0029	0.964	0.0028	0.9627	27.8688	28.9081
59	0.0032	0.0031	0.9613	0.003	0.9598	26.9062	27.9903
60	0.0035	0.0035	0.9582	0.0034	0.9566	25.9464	27.0771
61	0.0038	0.0038	0.9549	0.0037	0.953	24.9899	26.1713
62	0.0043	0.0042	0.9512	0.004	0.9492	24.0368	25.2699
63	0.0046	0.0046	0.9472	0.0043	0.945	23.0877	24.3755
64	0.0051	0.0051	0.9429	0.0048	0.9405	22.1426	23.4846
65	0.0054	0.0054	0.9381	0.0051	0.9356	21.2022	22.6014
66	0.0063	0.0063	0.933	0.0059	0.9301	20.2666	21.7218
67	0.0069	0.0069	0.9271	0.0064	0.9239	19.3366	20.8563
68	0.0076	0.0076	0.9207	0.007	0.9172	18.4126	19.9982
69	0.0083	0.0083	0.9137	0.0076	0.91	17.4954	19.1471
70	0.0093	0.0092	0.9062	0.0084	0.902	16.5854	18.3028
71	0.0106	0.0106	0.8978	0.0095	0.8931	15.6835	17.4686
72	0.0116	0.0115	0.8883	0.0103	0.8832	14.7904	16.6496
73	0.0129	0.0128	0.8781	0.0112	0.8725	13.9072	15.8382
74	0.0146	0.0145	0.8668	0.0126	0.8605	13.0347	15.037
75	0.0161	0.016	0.8542	0.0137	0.8474	12.1742	14.2513
76	0.0181	0.018	0.8406	0.0151	0.833	11.3268	13.4751
77	0.0216	0.0214	0.8255	0.0176	0.8166	10.4938	12.7128
78	0.024	0.0237	0.8078	0.0192	0.7982	9.6772	11.9795
79	0.0271	0.0268	0.7887	0.0211	0.7781	8.879	11.2584
80	0.0318	0.0313	0.7675	0.024	0.7555	8.1009	10.5544
81	0.0371	0.0365	0.7435	0.0271	0.7299	7.3455	9.8793
82	0.042	0.0411	0.7164	0.0294	0.7016	6.6156	9.2344
83	0.0483	0.0471	0.687	0.0324	0.6707	5.914	8.6088
84	0.0548	0.0534	0.6546	0.0349	0.637	5.2433	8.01
85	0.0629	0.061	0.6197	0.0378	0.6006	4.6064	7.4336
86	0.0718	0.0693	0.5819	0.0403	0.5615	4.0058	6.8841
87	0.0851	0.0816	0.5416	0.0442	0.5192	3.4443	6.36
88	0.0983	0.0936	0.4974	0.0466	0.4737	2.9251	5.881
89	0.109	0.1033	0.4508	0.0466	0.4271	2.4514	5.4375
90	0.1275	0.1197	0.4043	0.0484	0.3796	2.0243	5.0074
91	0.1476	0.1372	0.3559	0.0488	0.3309	1.6447	4.6216
92	0.1691	0.1556	0.3071	0.0478	0.2825	1.3139	4.279
93	0.1878	0.1712	0.2593	0.0444	0.2364	1.0314	3.9779
94	0.2082	0.188	0.2149	0.0404	0.194	0.795	3.6996
95	0.235	0.2094	0.1745	0.0365	0.1555	0.601	3.4442
96	0.255	0.2251	0.138	0.031	0.1218	0.4455	3.2292
97	0.2795	0.2438	0.1069	0.0261	0.0933	0.3237	3.0279
98	0.3125	0.2684	0.0808	0.0217	0.0694	0.2304	2.8505
99	0.3308	0.2816	0.0591	0.0167	0.0504	0.161	2.7223
100	0.384	1	0.0425	0.0425	0.1107	0.1107	2.6043

Tabla 3: Tabla de mortalidad para el género femenino en el año 2015

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0026	0.0026	1	0.0026	0.9975	85.4458	85.4458
1	0.0002	0.0002	0.9974	0.0002	0.9973	84.4483	84.6701
2	0.0001	0.0001	0.9972	0.0001	0.9971	83.451	83.6889
3	0.0001	0.0001	0.997	0.0001	0.997	82.4539	82.6985
4	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9969	81.4569	81.7067
5	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9968	80.46	80.7133
6	0.0001	0.0001	0.9968	0.0001	0.9968	79.4632	79.7191
7	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9967	78.4664	78.7238
8	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9967	77.4697	77.7278
9	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9966	76.4731	76.7317
10	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9965	75.4765	75.7362
11	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9965	74.4799	74.74
12	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9964	73.4834	73.7439
13	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9964	72.487	72.7489
14	0.0001	0.0001	0.9963	0.0001	0.9963	71.4906	71.7544
15	0.0001	0.0001	0.9962	0.0001	0.9962	70.4944	70.7616
16	0.0002	0.0002	0.9961	0.0002	0.996	69.4982	69.771
17	0.0002	0.0002	0.9959	0.0002	0.9958	68.5022	68.7833
18	0.0002	0.0002	0.9957	0.0002	0.9956	67.5064	67.7977
19	0.0002	0.0002	0.9955	0.0002	0.9954	66.5108	66.8132
20	0.0003	0.0003	0.9952	0.0003	0.9951	65.5155	65.8283
21	0.0002	0.0002	0.995	0.0002	0.9948	64.5204	64.8471
22	0.0002	0.0002	0.9947	0.0002	0.9946	63.5255	63.8625
23	0.0003	0.0003	0.9945	0.0003	0.9943	62.5309	62.8783
24	0.0003	0.0003	0.9942	0.0003	0.9941	61.5366	61.8941
25	0.0003	0.0003	0.994	0.0003	0.9938	60.5425	60.91
26	0.0003	0.0003	0.9937	0.0003	0.9935	59.5486	59.9276
27	0.0003	0.0003	0.9934	0.0003	0.9932	58.5551	58.9442
28	0.0003	0.0003	0.9931	0.0003	0.993	57.5619	57.9619
29	0.0003	0.0003	0.9928	0.0003	0.9927	56.5689	56.9783
30	0.0003	0.0003	0.9925	0.0003	0.9923	55.5762	55.9968
31	0.0003	0.0003	0.9921	0.0003	0.992	54.5839	55.0159
32	0.0004	0.0004	0.9918	0.0004	0.9916	53.592	54.0347
33	0.0004	0.0004	0.9915	0.0004	0.9913	52.6003	53.0538
34	0.0004	0.0004	0.9911	0.0004	0.9909	51.6091	52.073
35	0.0004	0.0004	0.9907	0.0004	0.9905	50.6182	51.0934
36	0.0005	0.0005	0.9903	0.0005	0.9901	49.6277	50.1144
37	0.0005	0.0005	0.9898	0.0005	0.9896	48.6376	49.1378
38	0.0006	0.0006	0.9894	0.0006	0.9891	47.648	48.1608
39	0.0006	0.0006	0.9888	0.0005	0.9885	46.6589	47.1874
40	0.0006	0.0006	0.9883	0.0006	0.988	45.6704	46.2132
41	0.0007	0.0007	0.9876	0.0007	0.9873	44.6825	45.2413
42	0.0006	0.0006	0.987	0.0006	0.9867	43.6952	44.2719
43	0.0007	0.0007	0.9863	0.0007	0.986	42.7085	43.3
44	0.0008	0.0008	0.9856	0.0008	0.9852	41.7225	42.3316
45	0.0009	0.0009	0.9848	0.0009	0.9844	40.7373	41.3652
46	0.001	0.001	0.9839	0.001	0.9835	39.7529	40.4019
47	0.0011	0.0011	0.983	0.001	0.9825	38.7695	39.4408
48	0.0012	0.0012	0.9819	0.0011	0.9814	37.787	38.4823
49	0.0012	0.0012	0.9808	0.0012	0.9802	36.8057	37.5264
50	0.0014	0.0014	0.9796	0.0013	0.9789	35.8255	36.5719
51	0.0015	0.0015	0.9782	0.0014	0.9775	34.8465	35.6213
52	0.0016	0.0016	0.9768	0.0015	0.976	33.869	34.6733
53	0.0018	0.0018	0.9753	0.0017	0.9744	32.893	33.7274
54	0.0019	0.0019	0.9735	0.0019	0.9726	31.9186	32.7867
55	0.0021	0.0021	0.9717	0.002	0.9706	30.946	31.8485
56	0.0023	0.0023	0.9696	0.0022	0.9685	29.9754	30.9144
57	0.0025	0.0025	0.9674	0.0024	0.9662	29.0068	29.9831
58	0.0028	0.0028	0.965	0.0027	0.9636	28.0406	29.0576
59	0.0031	0.0031	0.9623	0.0029	0.9608	27.077	28.1379
60	0.0034	0.0034	0.9594	0.0033	0.9577	26.1161	27.2227
61	0.0037	0.0037	0.9561	0.0036	0.9543	25.1584	26.3149
62	0.0041	0.0041	0.9525	0.0039	0.9505	24.2042	25.4115
63	0.0044	0.0044	0.9486	0.0042	0.9465	23.2536	24.5149
64	0.0049	0.0049	0.9444	0.0046	0.942	22.3072	23.6215
65	0.0053	0.0053	0.9397	0.005	0.9372	21.3652	22.7358
66	0.0062	0.0061	0.9348	0.0057	0.9319	20.4279	21.8536
67	0.0068	0.0067	0.929	0.0063	0.9259	19.496	20.9855
68	0.0074	0.0074	0.9228	0.0068	0.9194	18.5701	20.1245
69	0.0081	0.0081	0.916	0.0074	0.9123	17.6508	19.2705
70	0.009	0.009	0.9086	0.0082	0.9045	16.7385	18.4228
71	0.0103	0.0103	0.9004	0.0093	0.8958	15.834	17.5853
72	0.0113	0.0112	0.8911	0.01	0.8861	14.9382	16.7629
73	0.0125	0.0125	0.8811	0.011	0.8756	14.0521	15.9477
74	0.0143	0.0142	0.8702	0.0123	0.864	13.1765	15.1426
75	0.0157	0.0156	0.8578	0.0134	0.8511	12.3125	14.3528
76	0.0177	0.0175	0.8445	0.0148	0.8371	11.4613	13.5722
77	0.0211	0.0209	0.8297	0.0173	0.821	10.6243	12.8052
78	0.0234	0.0231	0.8124	0.0188	0.8029	9.8033	12.0677
79	0.0265	0.0261	0.7936	0.0207	0.7832	9.0003	11.3417
80	0.0311	0.0306	0.7728	0.0237	0.7609	8.2172	10.6326
81	0.0364	0.0358	0.7492	0.0268	0.7357	7.4563	9.9527
82	0.0411	0.0403	0.7224	0.0291	0.7077	6.7206	9.3033
83	0.0473	0.0462	0.6933	0.032	0.6772	6.0128	8.6727
84	0.0537	0.0523	0.6613	0.0346	0.6438	5.3357	8.0688
85	0.0617	0.0599	0.6267	0.0375	0.6077	4.6918	7.487
86	0.0705	0.0681	0.5892	0.0401	0.5689	4.0841	6.9322
87	0.0838	0.0804	0.549	0.0441	0.5267	3.5153	6.4025
88	0.097	0.0924	0.5049	0.0467	0.4812	2.9886	5.919
89	0.1075	0.1019	0.4582	0.0467	0.4345	2.5074	5.4717
90	0.126	0.1184	0.4115	0.0487	0.3867	2.0729	5.037
91	0.1462	0.136	0.3628	0.0493	0.3375	1.6863	4.6478
92	0.1676	0.1543	0.3135	0.0484	0.2886	1.3487	4.3025
93	0.1863	0.1699	0.2651	0.045	0.2419	1.0601	3.999
94	0.2065	0.1866	0.22	0.0411	0.1988	0.8182	3.7186
95	0.2334	0.2082	0.179	0.0373	0.1596	0.6194	3.4608
96	0.2531	0.2236	0.1417	0.0317	0.1252	0.4598	3.2443
97	0.2774	0.2423	0.11	0.0267	0.0961	0.3346	3.0408
98	0.3108	0.2672	0.0834	0.0223	0.0717	0.2385	2.8606
99	0.3288	0.2802	0.0611	0.0171	0.0521	0.1668	2.7307
100	0.3832	1	0.044	0.044	0.1148	0.1148	2.6099

Tabla 4: Tabla de mortalidad para el género femenino en el año 2016

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex	Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0025	0.0025	1	0.0025	0.9976	85.6325	85.6325	51	0.0014	0.0014	0.9788	0.0014	0.9781	35.0216	35.7797
1	0.0002	0.0002	0.9975	0.0002	0.9974	84.6349	84.8486	52	0.0015	0.0015	0.9774	0.0015	0.9767	34.0435	34.8305
2	0.0001	0.0001	0.9973	0.0001	0.9972	83.6375	83.8666	53	0.0017	0.0017	0.9759	0.0017	0.9751	33.0668	33.8832
3	0.0001	0.0001	0.9972	0.0001	0.9971	82.6403	82.8758	54	0.0019	0.0019	0.9742	0.0018	0.9733	32.0918	32.9411
4	0.0001	0.0001	0.9971	0.0001	0.997	81.6432	81.8837	55	0.002	0.002	0.9724	0.002	0.9714	31.1185	32.0015
5	0.0001	0.0001	0.997	0.0001	0.997	80.6462	80.89	56	0.0022	0.0022	0.9704	0.0021	0.9694	30.147	31.0658
6	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9969	79.6492	79.8957	57	0.0025	0.0025	0.9683	0.0024	0.9671	29.1777	30.1329
7	0.0000	0.0000	0.9969	0.0000	0.9968	78.6523	78.9002	58	0.0027	0.0027	0.9659	0.0026	0.9646	28.2106	29.2057
8	0.0000	0.0000	0.9968	0.0000	0.9968	77.6555	77.904	59	0.003	0.003	0.9633	0.0029	0.9619	27.246	28.2842
9	0.0001	0.0001	0.9968	0.0001	0.9967	76.6587	76.9078	60	0.0034	0.0033	0.9604	0.0032	0.9588	26.2841	27.3671
10	0.0000	0.0000	0.9967	0.0000	0.9967	75.662	75.9121	61	0.0036	0.0036	0.9572	0.0035	0.9555	25.3253	26.4573
11	0.0001	0.0001	0.9967	0.0000	0.9966	74.6653	74.9159	62	0.004	0.004	0.9537	0.0038	0.9518	24.3698	25.552
12	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9966	73.6687	73.9196	63	0.0043	0.0043	0.9499	0.0041	0.9479	23.418	24.653
13	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9965	72.6721	72.9244	64	0.0048	0.0048	0.9458	0.0045	0.9436	22.4701	23.7573
14	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9964	71.6756	71.9298	65	0.0051	0.0051	0.9413	0.0048	0.9389	21.5266	22.8691
15	0.0001	0.0001	0.9964	0.0001	0.9963	70.6792	70.9368	66	0.006	0.006	0.9365	0.0056	0.9337	20.5877	21.9843
16	0.0002	0.0002	0.9962	0.0002	0.9962	69.6829	69.946	67	0.0066	0.0066	0.9309	0.0061	0.9278	19.654	21.1137
17	0.0002	0.0002	0.9961	0.0002	0.996	68.6867	68.958	68	0.0072	0.0072	0.9248	0.0066	0.9214	18.7262	20.2499
18	0.0002	0.0002	0.9959	0.0002	0.9957	67.6908	67.9721	69	0.0079	0.0078	0.9181	0.0072	0.9145	17.8048	19.3929
19	0.0002	0.0002	0.9956	0.0002	0.9955	66.695	66.9873	70	0.0088	0.0087	0.9109	0.008	0.9069	16.8903	18.542
20	0.0003	0.0003	0.9954	0.0003	0.9953	65.6995	66.002	71	0.0101	0.01	0.903	0.0091	0.8984	15.9833	17.7012
21	0.0002	0.0002	0.9951	0.0002	0.995	64.7042	65.0205	72	0.011	0.0109	0.8939	0.0098	0.889	15.0849	16.8755
22	0.0002	0.0002	0.9949	0.0002	0.9948	63.7092	64.0356	73	0.0122	0.0121	0.8841	0.0107	0.8788	14.1959	16.0566
23	0.0002	0.0002	0.9947	0.0002	0.9945	62.7144	63.0511	74	0.0139	0.0138	0.8734	0.012	0.8674	13.3171	15.2476
24	0.0003	0.0003	0.9944	0.0003	0.9943	61.7199	62.0667	75	0.0153	0.0152	0.8614	0.0131	0.8548	12.4498	14.4537
25	0.0003	0.0003	0.9942	0.0003	0.994	60.7256	61.0823	76	0.0172	0.0171	0.8483	0.0145	0.841	11.595	13.6687
26	0.0003	0.0003	0.9939	0.0003	0.9937	59.7316	60.0997	77	0.0206	0.0204	0.8338	0.017	0.8253	10.7539	12.8973
27	0.0003	0.0003	0.9936	0.0003	0.9935	58.7378	59.116	78	0.0228	0.0226	0.8168	0.0184	0.8076	9.9287	12.1555
28	0.0003	0.0003	0.9933	0.0003	0.9932	57.7444	58.1335	79	0.0258	0.0255	0.7984	0.0204	0.7881	9.1211	11.4247
29	0.0003	0.0003	0.993	0.0003	0.9929	56.7512	57.1496	80	0.0304	0.0299	0.778	0.0233	0.7663	8.333	10.7106
30	0.0003	0.0003	0.9927	0.0003	0.9925	55.7583	56.1679	81	0.0357	0.0351	0.7547	0.0265	0.7414	7.5667	10.0258
31	0.0003	0.0003	0.9924	0.0003	0.9922	54.7658	55.1868	82	0.0402	0.0394	0.7283	0.0287	0.7138	6.8252	9.372
32	0.0003	0.0003	0.992	0.0003	0.9919	53.7736	54.2053	83	0.0464	0.0453	0.6995	0.0317	0.6836	6.1114	8.7364
33	0.0004	0.0004	0.9917	0.0004	0.9915	52.7817	53.224	84	0.0527	0.0513	0.6678	0.0343	0.6506	5.4279	8.1275
34	0.0004	0.0004	0.9913	0.0004	0.9911	51.7902	52.2429	85	0.0606	0.0588	0.6336	0.0372	0.6148	4.7773	7.5403
35	0.0004	0.0004	0.991	0.0004	0.9907	50.7991	51.263	86	0.0692	0.0669	0.5963	0.0399	0.5762	4.1626	6.9803
36	0.0005	0.0005	0.9905	0.0005	0.9903	49.8083	50.2837	87	0.0825	0.0792	0.5565	0.0441	0.5341	3.5864	6.4451
37	0.0005	0.0005	0.9901	0.0005	0.9899	48.818	49.3067	88	0.0957	0.0913	0.5124	0.0468	0.4886	3.0523	5.957
38	0.0005	0.0005	0.9896	0.0005	0.9894	47.8282	48.3293	89	0.106	0.1006	0.4656	0.0468	0.4418	2.5636	5.5058
39	0.0005	0.0005	0.9891	0.0005	0.9888	46.8388	47.3554	90	0.1246	0.1171	0.4188	0.0491	0.3938	2.1219	5.0666
40	0.0006	0.0006	0.9886	0.0006	0.9883	45.85	46.3807	91	0.1448	0.1348	0.3697	0.0498	0.3442	1.7281	4.6739
41	0.0007	0.0007	0.988	0.0007	0.9876	44.8617	45.4083	92	0.1662	0.1531	0.3199	0.049	0.2947	1.3839	4.3261
42	0.0006	0.0006	0.9873	0.0006	0.987	43.8741	44.4384	93	0.1847	0.1687	0.2709	0.0457	0.2474	1.0892	4.0203
43	0.0007	0.0007	0.9867	0.0007	0.9863	42.8871	43.4658	94	0.2048	0.1852	0.2252	0.0417	0.2037	0.8418	3.7376
44	0.0008	0.0008	0.986	0.0008	0.9856	41.9008	42.4967	95	0.2319	0.207	0.1835	0.038	0.1638	0.6381	3.4774
45	0.0009	0.0009	0.9852	0.0009	0.9848	40.9152	41.5295	96	0.2513	0.2222	0.1455	0.0323	0.1287	0.4743	3.2595
46	0.0009	0.0009	0.9843	0.0009	0.9839	39.9304	40.5654	97	0.2754	0.2408	0.1132	0.0273	0.0989	0.3457	3.0537
47	0.001	0.001	0.9834	0.001	0.9829	38.9465	39.6034	98	0.3092	0.266	0.0859	0.0229	0.0739	0.2467	2.8708
48	0.0011	0.0011	0.9824	0.0011	0.9818	37.9636	38.6439	99	0.3269	0.2788	0.0631	0.0176	0.0538	0.1728	2.7392
49	0.0012	0.0012	0.9813	0.0012	0.9807	36.9818	37.687	100	0.3823	1	0.0455	0.0455	0.119	0.119	2.6155
50	0.0013	0.0013	0.9801	0.0013	0.9795	36.0011	36.7314								

Tabla 5: Tabla de mortalidad para el género femenino en el año 2017

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0024	0.0024	1	0.0024	0.9977	85.8169	85.8169
1	0.0002	0.0002	0.9976	0.0002	0.9975	84.8192	85.025
2	0.0001	0.0001	0.9974	0.0001	0.9973	83.8217	84.0424
3	0.0001	0.0001	0.9973	0.0001	0.9972	82.8244	83.0512
4	0.0001	0.0001	0.9972	0.0001	0.9971	81.8272	82.0588
5	0.0001	0.0001	0.9971	0.0001	0.9971	80.83	81.0649
6	0.0001	0.0001	0.997	0.0001	0.997	79.833	80.0703
7	0.0000	0.0000	0.997	0.0000	0.997	78.836	79.0746
8	0.0000	0.0000	0.9969	0.0000	0.9969	77.839	78.0783
9	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9969	76.8421	77.082
10	0.0000	0.0000	0.9968	0.0000	0.9968	75.8452	76.0862
11	0.0000	0.0000	0.9968	0.0000	0.9968	74.8484	75.0898
12	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9967	73.8517	74.0934
13	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9966	72.855	73.0981
14	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9966	71.8583	72.1032
15	0.0001	0.0001	0.9965	0.0001	0.9964	70.8618	71.1101
16	0.0002	0.0002	0.9964	0.0002	0.9963	69.8653	70.1191
17	0.0002	0.0002	0.9962	0.0002	0.9961	68.869	69.1308
18	0.0002	0.0002	0.996	0.0002	0.9959	67.8729	68.1447
19	0.0002	0.0002	0.9958	0.0002	0.9957	66.877	67.1594
20	0.0003	0.0003	0.9956	0.0003	0.9954	65.8813	66.1738
21	0.0002	0.0002	0.9953	0.0002	0.9952	64.8859	65.1921
22	0.0002	0.0002	0.9951	0.0002	0.995	63.8907	64.2069
23	0.0002	0.0002	0.9948	0.0002	0.9947	62.8957	63.2221
24	0.0002	0.0002	0.9946	0.0002	0.9945	61.901	62.2374
25	0.0003	0.0003	0.9943	0.0003	0.9942	60.9065	61.2527
26	0.0003	0.0003	0.9941	0.0003	0.9939	59.9123	60.2699
27	0.0003	0.0003	0.9938	0.0003	0.9937	58.9184	59.286
28	0.0003	0.0003	0.9935	0.0003	0.9934	57.9248	58.3032
29	0.0003	0.0003	0.9932	0.0003	0.9931	56.9314	57.3191
30	0.0003	0.0003	0.9929	0.0003	0.9928	55.9383	56.3371
31	0.0003	0.0003	0.9926	0.0003	0.9924	54.9455	55.3558
32	0.0003	0.0003	0.9923	0.0003	0.9921	53.9531	54.374
33	0.0004	0.0004	0.9919	0.0003	0.9917	52.961	53.3925
34	0.0004	0.0004	0.9916	0.0004	0.9914	51.9693	52.4111
35	0.0004	0.0004	0.9912	0.0004	0.991	50.9779	51.4308
36	0.0005	0.0005	0.9908	0.0004	0.9906	49.9869	50.4512
37	0.0005	0.0005	0.9904	0.0004	0.9901	48.9963	49.4737
38	0.0005	0.0005	0.9899	0.0005	0.9896	48.0062	48.496
39	0.0005	0.0005	0.9894	0.0005	0.9891	47.0166	47.5217
40	0.0006	0.0006	0.9889	0.0006	0.9886	46.0275	46.5464
41	0.0007	0.0007	0.9883	0.0006	0.9879	45.0389	45.5735
42	0.0006	0.0006	0.9876	0.0006	0.9873	44.051	44.603
43	0.0007	0.0007	0.987	0.0007	0.9867	43.0636	43.6298
44	0.0008	0.0008	0.9863	0.0008	0.986	42.077	42.66
45	0.0009	0.0009	0.9856	0.0008	0.9852	41.091	41.6921
46	0.0009	0.0009	0.9847	0.0009	0.9843	40.1058	40.7272
47	0.001	0.001	0.9838	0.001	0.9833	39.1215	39.7643
48	0.0011	0.0011	0.9828	0.0011	0.9823	38.1382	38.8039
49	0.0012	0.0012	0.9818	0.0011	0.9812	37.1559	37.846
50	0.0013	0.0013	0.9806	0.0013	0.98	36.1747	36.8893
Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
51	0.0014	0.0014	0.9794	0.0014	0.9787	35.1947	35.9364
52	0.0015	0.0015	0.978	0.0015	0.9773	34.216	34.9861
53	0.0017	0.0017	0.9765	0.0016	0.9757	33.2388	34.0375
54	0.0018	0.0018	0.9749	0.0018	0.974	32.2631	33.094
55	0.002	0.002	0.9731	0.0019	0.9722	31.289	32.1529
56	0.0021	0.0021	0.9712	0.0021	0.9702	30.3169	31.2159
57	0.0024	0.0024	0.9691	0.0023	0.968	29.3467	30.2813
58	0.0027	0.0027	0.9668	0.0026	0.9655	28.3787	29.3524
59	0.0029	0.0029	0.9643	0.0028	0.9629	27.4132	28.4292
60	0.0033	0.0033	0.9615	0.0031	0.9599	26.4503	27.5102
61	0.0035	0.0035	0.9583	0.0034	0.9566	25.4904	26.5984
62	0.0039	0.0039	0.955	0.0037	0.9531	24.5338	25.6911
63	0.0042	0.0042	0.9512	0.004	0.9492	23.5807	24.79
64	0.0047	0.0047	0.9472	0.0044	0.945	22.6314	23.8919
65	0.005	0.005	0.9428	0.0047	0.9405	21.6864	23.0014
66	0.0059	0.0058	0.9381	0.0055	0.9354	20.7459	22.114
67	0.0064	0.0064	0.9327	0.006	0.9297	19.8105	21.2408
68	0.007	0.007	0.9267	0.0065	0.9235	18.8808	20.3743
69	0.0076	0.0076	0.9202	0.007	0.9167	17.9574	19.5144
70	0.0085	0.0085	0.9132	0.0078	0.9093	17.0407	18.6604
71	0.0098	0.0098	0.9054	0.0089	0.901	16.1314	17.8162
72	0.0107	0.0106	0.8966	0.0095	0.8918	15.2304	16.9874
73	0.0119	0.0118	0.887	0.0105	0.8818	14.3386	16.1648
74	0.0135	0.0134	0.8766	0.0118	0.8707	13.4568	15.3519
75	0.0149	0.0148	0.8648	0.0128	0.8584	12.5861	14.554
76	0.0168	0.0166	0.852	0.0142	0.8449	11.7277	13.7647
77	0.0201	0.0199	0.8379	0.0167	0.8295	10.8828	12.9888
78	0.0223	0.022	0.8212	0.0181	0.8121	10.0533	12.2428
79	0.0252	0.0249	0.8031	0.02	0.793	9.2412	11.5074
80	0.0297	0.0293	0.7831	0.0229	0.7716	8.4482	10.7882
81	0.035	0.0344	0.7602	0.0261	0.747	7.6766	10.0987
82	0.0394	0.0386	0.734	0.0284	0.7198	6.9296	9.4405
83	0.0455	0.0444	0.7057	0.0314	0.6899	6.2099	8.8
84	0.0516	0.0503	0.6743	0.0339	0.6572	5.52	8.1861
85	0.0594	0.0577	0.6404	0.037	0.6217	4.8628	7.5935
86	0.0679	0.0657	0.6034	0.0396	0.5834	4.2411	7.0283
87	0.0812	0.078	0.5638	0.044	0.5415	3.6577	6.4877
88	0.0944	0.0901	0.5198	0.0468	0.496	3.1162	5.995
89	0.1045	0.0992	0.473	0.0469	0.4491	2.6202	5.54
90	0.1232	0.1159	0.426	0.0494	0.4008	2.1711	5.0963
91	0.1434	0.1336	0.3766	0.0503	0.3509	1.7703	4.7001
92	0.1647	0.1519	0.3263	0.0496	0.3009	1.4194	4.3497
93	0.1832	0.1674	0.2768	0.0463	0.2529	1.1185	4.0415
94	0.2032	0.1839	0.2304	0.0424	0.2085	0.8656	3.7566
95	0.2303	0.2057	0.1881	0.0387	0.168	0.6571	3.4941
96	0.2495	0.2208	0.1494	0.033	0.1322	0.4891	3.2746
97	0.2735	0.2393	0.1164	0.0278	0.1018	0.3569	3.0667
98	0.3076	0.2648	0.0885	0.0234	0.0762	0.2551	2.881
99	0.325	0.2774	0.0651	0.0181	0.0556	0.1789	2.7476
100	0.3815	1	0.047	0.047	0.1233	0.1233	2.621

Tabla 6: Tabla de mortalidad para el género femenino en el año 2018

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0023	0.0023	1	0.0023	0.9978	85.999	85.999
1	0.0002	0.0002	0.9977	0.0002	0.9976	85.0012	85.1994
2	0.0001	0.0001	0.9975	0.0001	0.9974	84.0037	84.2161
3	0.0001	0.0001	0.9974	0.0001	0.9973	83.0062	83.2246
4	0.0001	0.0001	0.9973	0.0001	0.9973	82.0089	82.2319
5	0.0001	0.0001	0.9972	0.0001	0.9972	81.0117	81.2378
6	0.0001	0.0001	0.9972	0.0001	0.9971	80.0145	80.243
7	0.0000	0.0000	0.9971	0.0000	0.9971	79.0173	79.2472
8	0.0000	0.0000	0.9971	0.0000	0.997	78.0203	78.2507
9	0.0001	0.0001	0.997	0.0001	0.997	77.0232	77.2542
10	0.0000	0.0000	0.997	0.0000	0.9969	76.0263	76.2583
11	0.0000	0.0000	0.9969	0.0000	0.9969	75.0293	75.2618
12	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9968	74.0324	74.2652
13	0.0001	0.0001	0.9968	0.0001	0.9968	73.0356	73.2698
14	0.0001	0.0001	0.9967	0.0001	0.9967	72.0388	72.2749
15	0.0001	0.0001	0.9966	0.0001	0.9966	71.0421	71.2815
16	0.0002	0.0002	0.9965	0.0002	0.9964	70.0456	70.2904
17	0.0002	0.0002	0.9964	0.0002	0.9963	69.0491	69.3018
18	0.0002	0.0002	0.9962	0.0002	0.9961	68.0529	68.3153
19	0.0002	0.0002	0.9959	0.0002	0.9958	67.0568	67.3297
20	0.0003	0.0003	0.9957	0.0003	0.9956	66.061	66.3438
21	0.0002	0.0002	0.9955	0.0002	0.9954	65.0654	65.3618
22	0.0002	0.0002	0.9952	0.0002	0.9951	64.07	64.3763
23	0.0002	0.0002	0.995	0.0002	0.9949	63.0749	63.3912
24	0.0002	0.0002	0.9948	0.0002	0.9947	62.08	62.4063
25	0.0003	0.0003	0.9945	0.0003	0.9944	61.0854	61.4213
26	0.0003	0.0003	0.9943	0.0003	0.9941	60.091	60.4383
27	0.0003	0.0003	0.994	0.0003	0.9938	59.0968	59.4541
28	0.0003	0.0003	0.9937	0.0003	0.9936	58.103	58.4711
29	0.0003	0.0003	0.9934	0.0003	0.9933	57.1094	57.4868
30	0.0003	0.0003	0.9931	0.0003	0.993	56.1161	56.5046
31	0.0003	0.0003	0.9928	0.0003	0.9926	55.1232	55.523
32	0.0003	0.0003	0.9925	0.0003	0.9923	54.1305	54.541
33	0.0003	0.0003	0.9921	0.0003	0.992	53.1382	53.5592
34	0.0004	0.0004	0.9918	0.0004	0.9916	52.1463	52.5774
35	0.0004	0.0004	0.9914	0.0004	0.9912	51.1546	51.5968
36	0.0004	0.0004	0.991	0.0004	0.9908	50.1634	50.6168
37	0.0004	0.0004	0.9906	0.0004	0.9904	49.1726	49.639
38	0.0005	0.0005	0.9902	0.0005	0.9899	48.1822	48.6608
39	0.0005	0.0005	0.9896	0.0005	0.9894	47.1923	47.6861
40	0.0006	0.0006	0.9891	0.0006	0.9889	46.2029	46.7103
41	0.0006	0.0006	0.9886	0.0006	0.9883	45.2141	45.7369
42	0.0006	0.0006	0.9879	0.0006	0.9876	44.2258	44.766
43	0.0007	0.0007	0.9874	0.0007	0.987	43.2382	43.792
44	0.0007	0.0007	0.9867	0.0007	0.9863	42.2511	42.8215
45	0.0008	0.0008	0.9859	0.0008	0.9855	41.2648	41.8529
46	0.0009	0.0009	0.9851	0.0009	0.9847	40.2793	40.8873
47	0.001	0.001	0.9842	0.001	0.9838	39.2946	39.9236
48	0.0011	0.0011	0.9833	0.0011	0.9828	38.3108	38.9622
49	0.0011	0.0011	0.9822	0.0011	0.9817	37.3281	38.0034
50	0.0013	0.0013	0.9811	0.0012	0.9805	36.3464	37.0456
51	0.0014	0.0014	0.9799	0.0013	0.9792	35.3659	36.0916
52	0.0014	0.0014	0.9786	0.0014	0.9779	34.3867	35.1401
53	0.0016	0.0016	0.9771	0.0016	0.9763	33.4088	34.1902
54	0.0018	0.0018	0.9755	0.0017	0.9747	32.4325	33.2454
55	0.0019	0.0019	0.9738	0.0019	0.9729	31.4578	32.3029
56	0.0021	0.0021	0.972	0.002	0.971	30.4849	31.3644
57	0.0023	0.0023	0.9699	0.0022	0.9688	29.5139	30.4283
58	0.0026	0.0026	0.9677	0.0025	0.9665	28.5451	29.4978
59	0.0028	0.0028	0.9652	0.0027	0.9638	27.5787	28.5728
60	0.0032	0.0032	0.9625	0.0031	0.961	26.6148	27.6519
61	0.0035	0.0034	0.9594	0.0033	0.9578	25.6538	26.7383
62	0.0038	0.0038	0.9561	0.0036	0.9543	24.696	25.8291
63	0.0041	0.0041	0.9525	0.0039	0.9506	23.7417	24.9258
64	0.0045	0.0045	0.9486	0.0043	0.9465	22.7912	24.0254
65	0.0049	0.0048	0.9443	0.0046	0.942	21.8447	23.1325
66	0.0057	0.0057	0.9398	0.0053	0.9371	20.9026	22.2426
67	0.0062	0.0062	0.9344	0.0058	0.9315	19.9656	21.367
68	0.0068	0.0068	0.9286	0.0063	0.9254	19.0341	20.4977
69	0.0074	0.0074	0.9223	0.0068	0.9188	18.1086	19.635
70	0.0083	0.0083	0.9154	0.0076	0.9116	17.1898	18.7779
71	0.0096	0.0095	0.9078	0.0087	0.9035	16.2781	17.9305
72	0.0104	0.0104	0.8992	0.0093	0.8945	15.3746	17.0984
73	0.0116	0.0115	0.8899	0.0102	0.8848	14.4801	16.2722
74	0.0132	0.0131	0.8796	0.0115	0.8739	13.5953	15.4556
75	0.0145	0.0144	0.8681	0.0125	0.8619	12.7215	14.6537
76	0.0163	0.0162	0.8557	0.0138	0.8487	11.8596	13.8602
77	0.0197	0.0195	0.8418	0.0164	0.8336	11.0109	13.0799
78	0.0217	0.0215	0.8254	0.0177	0.8165	10.1773	12.3298
79	0.0246	0.0243	0.8077	0.0196	0.7978	9.3608	11.5897
80	0.0291	0.0286	0.7881	0.0226	0.7767	8.5629	10.8656
81	0.0343	0.0337	0.7655	0.0258	0.7525	7.7862	10.1713
82	0.0386	0.0379	0.7397	0.028	0.7256	7.0337	9.5088
83	0.0445	0.0436	0.7117	0.031	0.6961	6.308	8.8634
84	0.0506	0.0493	0.6807	0.0336	0.6638	5.612	8.2445
85	0.0583	0.0567	0.6471	0.0367	0.6286	4.9482	7.6467
86	0.0667	0.0645	0.6104	0.0394	0.5905	4.3196	7.0763
87	0.08	0.0769	0.5711	0.0439	0.5488	3.7291	6.5302
88	0.0932	0.089	0.5271	0.0469	0.5033	3.1803	6.0331
89	0.1031	0.0979	0.4802	0.047	0.4563	2.677	5.5742
90	0.1218	0.1147	0.4332	0.0497	0.4079	2.2206	5.126
91	0.1421	0.1324	0.3835	0.0508	0.3575	1.8128	4.7264
92	0.1633	0.1507	0.3327	0.0501	0.307	1.4552	4.3733
93	0.1817	0.1661	0.2826	0.047	0.2584	1.1482	4.0628
94	0.2015	0.1825	0.2357	0.043	0.2134	0.8898	3.7757
95	0.2288	0.2045	0.1927	0.0394	0.1722	0.6764	3.5108
96	0.2477	0.2194	0.1532	0.0336	0.1357	0.5042	3.2898
97	0.2715	0.2378	0.1196	0.0284	0.1048	0.3684	3.0796
98	0.3059	0.2636	0.0912	0.024	0.0786	0.2636	2.8912
99	0.323	0.2761	0.0672	0.0185	0.0574	0.1851	2.7561
100	0.3807	1	0.0486	0.0486	0.1277	0.1277	2.6266

Tabla 7: Tabla de mortalidad para el género femenino en el año 2019

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex	Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0022	0.0022	1	0.0022	0.9979	86.1789	86.1789	51	0.0013	0.0013	0.9804	0.0013	0.9798	35.5352	36.2452
1	0.0002	0.0002	0.9978	0.0002	0.9977	85.181	85.3719	52	0.0014	0.0014	0.9791	0.0014	0.9784	34.5554	35.2926
2	0.0001	0.0001	0.9976	0.0001	0.9975	84.1833	84.388	53	0.0016	0.0016	0.9777	0.0016	0.977	33.577	34.3414
3	0.0001	0.0001	0.9975	0.0001	0.9974	83.1858	83.3961	54	0.0017	0.0017	0.9762	0.0017	0.9754	32.6	33.3954
4	0.0001	0.0001	0.9974	0.0001	0.9974	82.1884	82.4031	55	0.0019	0.0019	0.9745	0.0018	0.9736	31.6247	32.4515
5	0.0001	0.0001	0.9973	0.0001	0.9973	81.191	81.4088	56	0.002	0.002	0.9727	0.002	0.9717	30.6511	31.5115
6	0.0000	0.0000	0.9973	0.0000	0.9972	80.1937	80.4138	57	0.0023	0.0023	0.9707	0.0022	0.9696	29.6794	30.5739
7	0.0000	0.0000	0.9972	0.0000	0.9972	79.1965	79.4178	58	0.0025	0.0025	0.9686	0.0024	0.9673	28.7097	29.6418
8	0.0000	0.0000	0.9972	0.0000	0.9971	78.1993	78.4212	59	0.0027	0.0027	0.9661	0.0026	0.9648	27.7424	28.7151
9	0.0001	0.0001	0.9971	0.0001	0.9971	77.2022	77.4246	60	0.0031	0.0031	0.9635	0.003	0.962	26.7776	27.7924
10	0.0000	0.0000	0.9971	0.0000	0.9971	76.2051	76.4285	61	0.0034	0.0034	0.9605	0.0032	0.9589	25.8156	26.8769
11	0.0000	0.0000	0.997	0.0000	0.997	75.208	75.4319	62	0.0037	0.0037	0.9573	0.0035	0.9555	24.8567	25.9658
12	0.0001	0.0001	0.997	0.0001	0.997	74.211	74.4352	63	0.004	0.0039	0.9537	0.0038	0.9519	23.9011	25.0604
13	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9969	73.214	73.4397	64	0.0044	0.0044	0.95	0.0042	0.9479	22.9493	24.1577
14	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9968	72.2171	72.4446	65	0.0047	0.0047	0.9458	0.0045	0.9436	22.0014	23.2625
15	0.0001	0.0001	0.9968	0.0001	0.9967	71.2203	71.4511	66	0.0056	0.0055	0.9413	0.0052	0.9387	21.0578	22.3702
16	0.0002	0.0002	0.9966	0.0002	0.9966	70.2236	70.4597	67	0.0061	0.0061	0.9361	0.0057	0.9333	20.1191	21.4921
17	0.0002	0.0002	0.9965	0.0002	0.9964	69.227	69.4709	68	0.0067	0.0066	0.9304	0.0062	0.9274	19.1858	20.6202
18	0.0002	0.0002	0.9963	0.0002	0.9962	68.2306	68.4841	69	0.0072	0.0072	0.9243	0.0067	0.9209	18.2585	19.7546
19	0.0002	0.0002	0.9961	0.0002	0.996	67.2345	67.4982	70	0.0081	0.0081	0.9176	0.0074	0.9139	17.3375	18.8944
20	0.0003	0.0003	0.9959	0.0003	0.9958	66.2385	66.512	71	0.0094	0.0093	0.9102	0.0085	0.906	16.4236	18.0439
21	0.0002	0.0002	0.9956	0.0002	0.9955	65.2427	65.5296	72	0.0101	0.0101	0.9017	0.0091	0.8972	15.5177	17.2087
22	0.0002	0.0002	0.9954	0.0002	0.9953	64.2472	64.5438	73	0.0113	0.0112	0.8926	0.01	0.8876	14.6205	16.3789
23	0.0002	0.0002	0.9952	0.0002	0.9951	63.2519	63.5585	74	0.0128	0.0127	0.8827	0.0112	0.877	13.7328	15.5586
24	0.0002	0.0002	0.9949	0.0002	0.9948	62.2568	62.5733	75	0.0141	0.014	0.8714	0.0122	0.8653	12.8558	14.7528
25	0.0003	0.0003	0.9947	0.0003	0.9946	61.262	61.5881	76	0.0159	0.0158	0.8592	0.0135	0.8524	11.9905	13.9552
26	0.0003	0.0003	0.9944	0.0003	0.9943	60.2675	60.6049	77	0.0192	0.019	0.8457	0.0161	0.8376	11.1381	13.1706
27	0.0003	0.0003	0.9942	0.0003	0.994	59.2731	59.6205	78	0.0212	0.021	0.8296	0.0174	0.8209	10.3005	12.4164
28	0.0003	0.0003	0.9939	0.0003	0.9938	58.2791	58.6372	79	0.024	0.0237	0.8122	0.0192	0.8025	9.4796	11.6716
29	0.0003	0.0003	0.9936	0.0003	0.9935	57.2854	57.6526	80	0.0284	0.028	0.793	0.0222	0.7818	8.6771	10.9427
30	0.0003	0.0003	0.9933	0.0003	0.9932	56.2919	56.6702	81	0.0336	0.0331	0.7707	0.0255	0.7579	7.8953	10.2437
31	0.0003	0.0003	0.993	0.0003	0.9928	55.2987	55.6884	82	0.0378	0.0371	0.7453	0.0276	0.7314	7.1373	9.5769
32	0.0003	0.0003	0.9927	0.0003	0.9925	54.3059	54.7061	83	0.0437	0.0427	0.7176	0.0307	0.7022	6.406	8.9266
33	0.0003	0.0003	0.9924	0.0003	0.9922	53.3134	53.724	84	0.0496	0.0484	0.687	0.0332	0.6702	5.7038	8.3028
34	0.0004	0.0004	0.992	0.0004	0.9918	52.3212	52.742	85	0.0572	0.0556	0.6537	0.0364	0.6354	5.0336	7.6997
35	0.0004	0.0004	0.9917	0.0004	0.9915	51.3293	51.7611	86	0.0655	0.0634	0.6174	0.0391	0.5976	4.3982	7.1242
36	0.0004	0.0004	0.9913	0.0004	0.9911	50.3379	50.7807	87	0.0788	0.0758	0.5782	0.0438	0.556	3.8006	6.5728
37	0.0004	0.0004	0.9908	0.0004	0.9906	49.3468	49.8026	88	0.092	0.0879	0.5344	0.047	0.5106	3.2446	6.0711
38	0.0005	0.0005	0.9904	0.0005	0.9902	48.3562	48.8239	89	0.1016	0.0966	0.4875	0.0471	0.4635	2.734	5.6084
39	0.0005	0.0005	0.9899	0.0005	0.9897	47.366	47.8488	90	0.1204	0.1134	0.4404	0.0499	0.4149	2.2705	5.1557
40	0.0006	0.0006	0.9894	0.0006	0.9891	46.3763	46.8725	91	0.1407	0.1313	0.3904	0.0513	0.3642	1.8556	4.7526
41	0.0006	0.0006	0.9889	0.0006	0.9885	45.3872	45.8986	92	0.1619	0.1494	0.3392	0.0507	0.3131	1.4914	4.397
42	0.0006	0.0006	0.9882	0.0006	0.988	44.3986	44.9272	93	0.1802	0.1649	0.2885	0.0476	0.264	1.1782	4.0841
43	0.0007	0.0007	0.9877	0.0007	0.9873	43.4107	43.9526	94	0.1999	0.1812	0.2409	0.0437	0.2184	0.9142	3.7948
44	0.0007	0.0007	0.987	0.0007	0.9867	42.4234	42.9814	95	0.2273	0.2033	0.1973	0.0401	0.1765	0.6959	3.5275
45	0.0008	0.0008	0.9863	0.0008	0.9859	41.4367	42.0121	96	0.2459	0.218	0.1572	0.0343	0.1393	0.5194	3.305
46	0.0009	0.0009	0.9855	0.0009	0.9851	40.4508	41.0457	97	0.2695	0.2363	0.1229	0.029	0.1077	0.3801	3.0925
47	0.001	0.001	0.9846	0.0009	0.9842	39.4657	40.0811	98	0.3043	0.2624	0.0939	0.0246	0.0809	0.2723	2.9014
48	0.001	0.001	0.9837	0.001	0.9832	38.4815	39.1189	99	0.3211	0.2747	0.0692	0.019	0.0592	0.1914	2.7646
49	0.0011	0.0011	0.9827	0.0011	0.9821	37.4983	38.1591	100	0.3799	1	0.0502	0.0502	0.1322	0.1322	2.6322
50	0.0012	0.0012	0.9816	0.0012	0.981	36.5162	37.2003								

Tabla 8: Tabla de mortalidad para el género femenino en el año 2020

Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex	Edad	mx	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.0022	0.0021	1	0.0021	0.998	86.3565	86.3565	51	0.0013	0.0013	0.9809	0.0013	0.9803	35.7026	36.3972
1	0.0002	0.0002	0.9979	0.0002	0.9978	85.3586	85.5423	52	0.0014	0.0014	0.9797	0.0013	0.979	34.7223	35.4435
2	0.0001	0.0001	0.9977	0.0001	0.9976	84.3608	84.5578	53	0.0015	0.0015	0.9783	0.0015	0.9776	33.7433	34.4911
3	0.0001	0.0001	0.9976	0.0001	0.9975	83.3632	83.5656	54	0.0017	0.0017	0.9768	0.0016	0.976	32.7657	33.5438
4	0.0001	0.0001	0.9975	0.0001	0.9975	82.3656	82.5724	55	0.0018	0.0018	0.9752	0.0018	0.9743	31.7897	32.5985
5	0.0001	0.0001	0.9974	0.0001	0.9974	81.3682	81.5778	56	0.002	0.002	0.9734	0.0019	0.9725	30.8154	31.6572
6	0.0000	0.0000	0.9974	0.0000	0.9973	80.3708	80.5827	57	0.0022	0.0022	0.9715	0.0021	0.9704	29.843	30.7181
7	0.0000	0.0000	0.9973	0.0000	0.9973	79.3734	79.5865	58	0.0024	0.0024	0.9694	0.0024	0.9682	28.8725	29.7844
8	0.0000	0.0000	0.9973	0.0000	0.9973	78.3761	78.5898	59	0.0027	0.0027	0.967	0.0026	0.9657	27.9043	28.8561
9	0.0000	0.0000	0.9972	0.0000	0.9972	77.3789	77.5931	60	0.003	0.003	0.9645	0.0029	0.963	26.9386	27.9315
10	0.0000	0.0000	0.9972	0.0000	0.9972	76.3817	76.5969	61	0.0033	0.0033	0.9616	0.0031	0.96	25.9756	27.0142
11	0.0000	0.0000	0.9971	0.0000	0.9971	75.3845	75.6001	62	0.0036	0.0036	0.9584	0.0035	0.9567	25.0156	26.1012
12	0.0001	0.0001	0.9971	0.0001	0.9971	74.3874	74.6034	63	0.0038	0.0038	0.955	0.0037	0.9531	24.0589	25.1938
13	0.0001	0.0001	0.9970	0.0001	0.9970	73.3903	73.6077	64	0.0043	0.0043	0.9513	0.0041	0.9493	23.1058	24.2889
14	0.0001	0.0001	0.9970	0.0001	0.9969	72.3933	72.6124	65	0.0046	0.0046	0.9472	0.0043	0.945	22.1566	23.3914
15	0.0001	0.0001	0.9969	0.0001	0.9968	71.3963	71.6188	66	0.0054	0.0054	0.9429	0.0051	0.9403	21.2115	22.4967
16	0.0002	0.0002	0.9968	0.0002	0.9967	70.3995	70.6272	67	0.0059	0.0059	0.9378	0.0055	0.935	20.2712	21.6162
17	0.0002	0.0002	0.9966	0.0002	0.9965	69.4028	69.6382	68	0.0065	0.0065	0.9322	0.006	0.9292	19.3362	20.7416
18	0.0002	0.0002	0.9964	0.0002	0.9963	68.4063	68.6511	69	0.007	0.007	0.9262	0.0065	0.923	18.4069	19.8733
19	0.0002	0.0002	0.9962	0.0002	0.9961	67.4099	67.6648	70	0.0079	0.0078	0.9197	0.0072	0.9161	17.484	19.0101
20	0.0003	0.0003	0.996	0.0003	0.9959	66.4138	66.6783	71	0.0091	0.0091	0.9125	0.0083	0.9084	16.5679	18.1565
21	0.0002	0.0002	0.9958	0.0002	0.9957	65.4179	65.6957	72	0.0099	0.0098	0.9042	0.0089	0.8998	15.6595	17.3182
22	0.0002	0.0002	0.9956	0.0002	0.9954	64.4222	64.7096	73	0.011	0.0109	0.8953	0.0098	0.8905	14.7597	16.4849
23	0.0002	0.0002	0.9953	0.0002	0.9952	63.4268	63.724	74	0.0125	0.0124	0.8856	0.011	0.8801	13.8693	15.6609
24	0.0002	0.0002	0.9951	0.0002	0.995	62.4316	62.7386	75	0.0137	0.0136	0.8746	0.0119	0.8686	12.9891	14.8513
25	0.0003	0.0003	0.9949	0.0003	0.9947	61.4366	61.7531	76	0.0155	0.0153	0.8627	0.0132	0.8561	12.1205	14.0496
26	0.0003	0.0003	0.9946	0.0003	0.9945	60.4418	60.7696	77	0.0188	0.0186	0.8495	0.0158	0.8415	11.2644	13.2608
27	0.0003	0.0003	0.9944	0.0003	0.9942	59.4474	59.785	78	0.0207	0.0205	0.8337	0.0171	0.8251	10.4229	12.5025
28	0.0003	0.0003	0.9941	0.0003	0.9939	58.4531	58.8015	79	0.0234	0.0231	0.8166	0.0189	0.8071	9.5978	11.7532
29	0.0003	0.0003	0.9938	0.0003	0.9937	57.4592	57.8167	80	0.0278	0.0274	0.7977	0.0219	0.7868	8.7907	11.0195
30	0.0003	0.0003	0.9935	0.0003	0.9934	56.4655	56.8341	81	0.033	0.0324	0.7759	0.0251	0.7632	8.0039	10.3158
31	0.0003	0.0003	0.9932	0.0003	0.993	55.4722	55.852	82	0.037	0.0363	0.7507	0.0273	0.737	7.2407	9.6447
32	0.0003	0.0003	0.9929	0.0003	0.9927	54.4791	54.8694	83	0.0428	0.0419	0.7235	0.0303	0.7082	6.5036	8.9897
33	0.0003	0.0003	0.9926	0.0003	0.9924	53.4864	53.8871	84	0.0486	0.0474	0.6932	0.0329	0.6766	5.7954	8.361
34	0.0004	0.0004	0.9922	0.0004	0.9921	52.494	52.9047	85	0.0562	0.0546	0.6603	0.0361	0.6421	5.1189	7.7527
35	0.0004	0.0004	0.9919	0.0004	0.9917	51.5019	51.9235	86	0.0643	0.0622	0.6242	0.0389	0.6046	4.4768	7.1721
36	0.0004	0.0004	0.9915	0.0004	0.9913	50.5103	50.9428	87	0.0776	0.0747	0.5853	0.0437	0.5632	3.8722	6.6153
37	0.0004	0.0004	0.9911	0.0004	0.9909	49.519	49.9643	88	0.0907	0.0867	0.5416	0.047	0.5178	3.309	6.1092
38	0.0005	0.0005	0.9907	0.0005	0.9904	48.5281	48.9853	89	0.1002	0.0953	0.4947	0.0472	0.4707	2.7912	5.6427
39	0.0005	0.0005	0.9902	0.0005	0.9899	47.5377	48.0097	90	0.119	0.1122	0.4475	0.0502	0.4219	2.3205	5.1855
40	0.0006	0.0006	0.9897	0.0005	0.9894	46.5477	47.033	91	0.1394	0.1301	0.3973	0.0517	0.3708	1.8986	4.779
41	0.0006	0.0006	0.9891	0.0006	0.9888	45.5583	46.0586	92	0.1605	0.1482	0.3456	0.0512	0.3193	1.5278	4.4208
42	0.0006	0.0006	0.9885	0.0006	0.9883	44.5695	45.0866	93	0.1787	0.1636	0.2944	0.0482	0.2696	1.2085	4.1055
43	0.0006	0.0006	0.988	0.0006	0.9877	43.5812	44.1114	94	0.1983	0.1799	0.2462	0.0443	0.2233	0.9389	3.8139
44	0.0007	0.0007	0.9873	0.0007	0.987	42.5936	43.1396	95	0.2258	0.2021	0.2019	0.0408	0.1807	0.7156	3.5443
45	0.0008	0.0008	0.9866	0.0008	0.9863	41.6066	42.1696	96	0.2441	0.2166	0.1611	0.0349	0.1429	0.5349	3.3202
46	0.0009	0.0008	0.9859	0.0008	0.9855	40.6203	41.2024	97	0.2676	0.2348	0.1262	0.0296	0.1107	0.3919	3.1055
47	0.0009	0.0009	0.985	0.0009	0.9846	39.6349	40.2371	98	0.3027	0.2612	0.0966	0.0252	0.0833	0.2812	2.9117
48	0.001	0.001	0.9841	0.001	0.9836	38.6503	39.2739	99	0.3192	0.2733	0.0714	0.0195	0.0611	0.1979	2.773
49	0.0011	0.0011	0.9831	0.001	0.9826	37.6667	38.3132	100	0.3791	1	0.0519	0.0519	0.1368	0.1368	2.6378
50	0.0012	0.0012	0.9821	0.0012	0.9815	36.6841	37.3534								

ANEXO E

4.1 Variable Biométrica: Vida residual a la edad x , $T(x)$

Teniendo en cuenta que la vida residual se define como el número de años que le quedan por vivir a un individuo que ha alcanzado la edad x , entonces la distribución de probabilidades que le corresponde es una distribución condicionada por $X > x$.

Si la función de distribución se denota como $G_x(t)$, entonces:

$$G_x(t) = P(T(x) \leq t / X > x).$$

A partir de las definiciones de la función de distribución de la edad de fallecimiento y de la vida residual (1.1) y (1.2), se tiene:

$$\begin{aligned} G_x(t) &= P(T(x) \leq t / X > x) \\ &= P(X - x \leq t / X > x) \\ &= P(X \leq x + t / X > x) \\ &= \frac{P(X \leq x + t) - P(X \leq x)}{P(X > x)} \end{aligned}$$

de donde:

$$G_x(t) = \frac{F(x+t) - F(x)}{1 - F(x)}$$

derivando, se obtiene la función de densidad de la vida residual:

$$g_x(t) = \frac{f(x+t)}{1 - F(x)}; \quad 0 < t < w - x \quad \text{o} \quad 0 < t < +\infty \quad (4.1)$$

4.2 Relación entre el tanto instantáneo de fallecimiento y la función de distribución de la edad de fallecimiento

De la probabilidad temporal de fallecimiento (1.3), se obtiene:

$${}_{\Delta t}q_x = \frac{F(x + \Delta t) - F(x)}{1 - F(x)},$$

multiplicando por $\frac{1}{\Delta t}$,

$$\begin{aligned} \frac{{}_{\Delta t}q_x}{\Delta t} &= \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{F(x + \Delta t) - F(x)}{1 - F(x)} \right) \\ &= \frac{1}{1 - F(x)} \left(\frac{F(x + \Delta t) - F(x)}{\Delta t} \right), \end{aligned}$$

aplicando límite,

$$\begin{aligned}\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q_x}{\Delta t} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{1-F(x)} \left(\frac{F(x+\Delta t) - F(x)}{\Delta t} \right) \\ &= \frac{1}{1-F(x)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{F(x+\Delta t) - F(x)}{\Delta t} \right) \\ &= \frac{1}{1-F(x)} \cdot f(x),\end{aligned}$$

entonces, si se conoce la función de distribución de la edad de fallecimiento, $F(x)$, se puede obtener el tanto instantáneo de fallecimiento, $\mu(x)$, de la siguiente manera:

$$\mu(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)} \quad (4.2)$$

integrando:

$$\begin{aligned}\int_0^x \mu(y) dy &= \int_0^x \frac{f(y)}{1-F(y)} dy \\ &= -\ln[1-F(x)],\end{aligned}$$

y despejando $F(x)$, se obtiene:

$$\begin{aligned}-\int_0^x \mu(y) dy &= \ln[1-F(x)] \\ e^{-\int_0^x \mu(y) dy} &= e^{\ln[1-F(x)]} \\ e^{-\int_0^x \mu(y) dy} &= 1-F(x) \\ F(x) &= 1 - e^{-\int_0^x \mu(y) dy} \quad (4.3)\end{aligned}$$

por lo que, si se conoce el tanto instantáneo de fallecimiento, $\mu(x)$, a partir de la expresión anterior se obtiene la función de distribución de la edad de fallecimiento.

4.3 Relación entre el tanto instantáneo de fallecimiento y la función de distribución de la vida residual

La ecuación (4.1) se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}g_x(t) &= \frac{1-F(x+t)}{1-F(x)} \cdot \frac{f(x+t)}{1-F(x)} \\ &= \frac{1-F(x+t)}{1-F(x)} \cdot \frac{f(x+t)}{1-F(x+t)}\end{aligned}$$

de donde:

$$g_x(t) = {}_t p_x \cdot \mu(x+t) \quad (4.4)$$

integrando, se obtiene la función de distribución de la vida residual, así:

$$\begin{aligned} G_x(t) &= \int_0^{+\infty} g_x(t) dt \\ &= \int_0^{+\infty} {}_t p_x \cdot \mu(x+t) dt \end{aligned}$$

por lo que, si se conoce el tanto instantáneo de fallecimiento, $\mu(x)$, a partir de la última expresión se obtiene la función de distribución de la vida residual.

4.4 Relación entre el tanto instantáneo de fallecimiento y la función de supervivencia

Derivando la función de supervivencia (1.3), se obtiene:

$$S'(x) = -f(x).$$

Luego, teniendo en cuenta este resultado y los obtenidos en (1.3) y (4.2), se tiene:

$$\mu(x) = \frac{-S'(x)}{S(x)} \quad (4.5)$$

Entonces, si se conoce la función de supervivencia, se puede obtener el tanto instantáneo de fallecimiento a partir de la igualdad anterior.

Y si se conoce el tanto instantáneo de fallecimiento, entonces la función de supervivencia se obtiene a partir de (4.3), así:

$$S(x) = e^{-\int_0^x \mu(y) dy} \quad (4.6)$$

4.5 Relación entre el tanto instantáneo de fallecimiento y las probabilidades temporales

- Tanto instantáneo y probabilidad temporal de fallecimiento

De (1.3) y (4.3) se tiene que:

$$\begin{aligned}
{}_n q_x &= \frac{1 - e^{-\int_0^{x+n} \mu(y) dy} - (1 - e^{-\int_0^x \mu(y) dy})}{1 - (1 - e^{-\int_0^x \mu(y) dy})} \\
&= \frac{-e^{-\int_0^{x+n} \mu(y) dy} + e^{-\int_0^x \mu(y) dy}}{e^{-\int_0^x \mu(y) dy}} \\
&= 1 - e^{-\int_0^{x+n} \mu(y) dy + \int_0^x \mu(y) dy}
\end{aligned}$$

Entonces,

$${}_n q_x = 1 - e^{-\int_x^{x+n} \mu(y) dy} \quad (4.7)$$

- **Tanto instantáneo y probabilidad temporal de supervivencia**

De (1.5) y (4.7), se obtiene:

$$\begin{aligned}
{}_n p_x &= 1 - (1 - e^{-\int_x^{x+n} \mu(y) dy}) \\
&= e^{-\int_x^{x+n} \mu(y) dy} .
\end{aligned}$$

4.6 Relación entre la cohorte y la función de supervivencia

Supongamos un experimento en el que se observa la supervivencia a la edad x de las personas que forman parte de la cohorte. Se define la variable aleatoria Y de la siguiente manera:

Y = Número de personas que sobreviven a la edad x

Esta variable tiene una distribución Binomial con parámetros $n = \ell(0)$ y $p = P(X > x) = S(x)$.

Como Y es una variable aleatoria con distribución Binomial, entonces, el número esperado de personas que superviven a la edad x se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
E(Y) &= n \cdot p \\
&= \ell(0) \cdot S(x).
\end{aligned}$$

Esto es, el número esperado $\ell(x)$ de supervivientes a la edad x es igual a la esperanza matemática de la variable Y , es decir:

$$\ell(x) = \ell(0) \cdot S(x) \quad (4.8)$$

4.7 Relación entre la cohorte y el tanto instantáneo de fallecimiento

De (4.5) y (4.8) el tanto instantáneo de fallecimiento se puede calcular de la siguiente manera:

$$\mu(x) = \frac{-\ell'(x)}{\ell(x)} \quad (4.9)$$

además, de (4.5) y (4.7) se tiene que:

$$\ell(x) = \ell(0) \cdot e^{-\int_0^x \mu(y) dy}.$$

4.8 Relación entre la cohorte y las probabilidades temporales

- **Relación entre la cohorte y la probabilidad temporal de fallecimiento**

Más conocida como **tanto de mortalidad**; ya que, para su cálculo se utilizan los datos de la cohorte. El tanto de mortalidad se define como el número de personas que fallecen entre las edades x y $x + n$ dividido por el número de personas que sobrevivieron a la edad x ,

$${}_nq_x = \frac{{}_nd_x}{\ell(x)} \quad (4.10)$$

de (1.6) y (4.10), se obtiene:

$${}_nq_x = \frac{\ell(x) - \ell(x+n)}{\ell(x)} \quad (4.11)$$

- **Relación entre la cohorte y la probabilidad de supervivencia**

Más conocida como **tanto de supervivencia**; ya que, para su cálculo se utilizan los datos de la cohorte.

El tanto de supervivencia se define como el número de personas que sobreviven a los $x + n$ años entre el número de personas que sobrevivieron a la edad x , es decir:

$${}_np_x = \frac{\ell(x+n)}{\ell(x)} \quad (4.12)$$

A partir de (1.5) y (4.11), la igualdad anterior se obtiene así:

$$\begin{aligned} {}_np_x &= 1 - \left(\frac{\ell(x) - \ell(x+n)}{\ell(x)} \right) \\ &= 1 - \left(\frac{\ell(x) - \ell(x+n)}{\ell(x)} \right) \\ &= \frac{\ell(x+n)}{\ell(x)}. \end{aligned}$$

- **Relación entre la cohorte y la función de distribución de la vida residual**

De (4.4), (4.9) y (4.12), se tiene que:

$$\begin{aligned}
 g_x(t) &= {}_t p_x \cdot \mu(x+t) \\
 &= \frac{\ell(x+t)}{\ell(x)} \cdot \frac{-\ell'(x+t)}{\ell(x+t)} \\
 &= \frac{-\ell'(x+t)}{\ell(x)}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

integrando, se obtiene la relación entre la cohorte y la función de distribución de la vida residual

$$\begin{aligned}
 G_x(t) &= \int_0^{+\infty} g_x(t) dt \\
 &= \int_0^{+\infty} \frac{-\ell'(x+t)}{\ell(x)} dt.
 \end{aligned}$$

4.9 Función Censal de Supervivencia $(L(x))$

La función de densidad de la distribución condicionada tiene la siguiente forma:

$$f_{(T(x)/T(x)<1)}(t) = g_{(x/x<1)}(t) = \frac{g_x(t)}{\int_0^1 g_x(t) dt}, \quad 0 < t < 1$$

a partir de (4.13), se tiene:

$$\begin{aligned}
 g_{(x/x<1)}(t) &= \frac{\frac{-\ell'(x+t)}{\ell(x)}}{\int_0^1 \frac{-\ell'(x+t)}{\ell(x)} dt}, \quad 0 < t < 1 \\
 &= \frac{\ell'(x+t)}{\int_0^1 \ell'(x+t) dt}, \quad 0 < t < 1
 \end{aligned}$$

ahora, se calcula el número esperado de años vividos por todas aquellas personas que no alcanzan $x + 1$ años, así:

$$E(x/x < 1) = \frac{\int_0^1 t \cdot \ell'(x+t) dt}{\int_0^1 \ell'(x+t) dt}, \quad 0 < t < 1$$

integrando,

$$E(x/x < 1) = \frac{t \cdot \ell(x+t)|_0^1 - \int_0^1 \ell(x+t)dt}{\ell(x+t)|_0^1}$$

$$= \frac{\ell(x+1) - \int_0^1 \ell(x+t)dt}{\ell(x+1) - \ell(x)}$$

entonces,

$$E(x/x < 1) = \frac{\int_0^1 \ell(x+t)dt - \ell(x+1)}{d_x}.$$

De donde, multiplicando el número esperado de años vividos por el número de defunciones en un año, es decir:

$$E(x/x < 1) \cdot d_x = \int_0^1 \ell(x+t)dt - \ell(x+1),$$

se obtiene la suma de los años vividos por todas aquellas personas que no alcanzan los $x + 1$ años.

Entonces, el número total de años que viven entre x y $x + 1$ años inclusive las personas que han alcanzado la edad x es:

$$L(x) = \ell(x+1) + (\int_0^1 \ell(x+t)dt - \ell(x+1))$$

$$= \int_0^1 \ell(x+t)dt.$$

Observación.- El tamaño de la cohorte en el instante $(x + 1)$ es $\ell(x+1)$; por lo que, en este instante, la suma de las edades de las personas que alcanzan $x + 1$ años es $\ell(x+1)$.

4.10 Esperanza de vida (\bar{e}_x)

La esperanza de vida para una persona de edad x se define como el valor esperado de la vida residual a esta edad, $T(x)$:

$$\bar{e}_x = E(T(x)).$$

Ahora, expresaremos la esperanza de vida en función de la cohorte:

$$\begin{aligned}
\bar{e}_x &= E(T(x)) \\
&= \int_0^{w-x} t \cdot g_x(t) dt \\
&= \int_0^{w-x} t \cdot \frac{-\ell'(x+t)}{\ell(x)} dt \\
&= -\frac{1}{\ell(x)} \int_0^{w-x} t \cdot \ell'(x+t) dt
\end{aligned}$$

integrando por partes, se tiene:

$$\begin{aligned}
u &= t & dv &= \ell'(x+t) dt \\
du &= dt & v &= \ell(x+t)
\end{aligned}$$

Luego,

$$\begin{aligned}
\bar{e}_x &= -\frac{1}{\ell(x)} \left(t \cdot \ell(x+t) \Big|_0^{w-x} - \int_0^{w-x} \ell(x+t) dt \right) \\
&= \int_0^{w-x} \frac{\ell(x+t)}{\ell(x)} dt.
\end{aligned}$$

Y que puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\bar{e}_x = \frac{\int_0^{w-x} \ell(x+t) dt}{\ell(x)}.$$